

# Organização e Recuperação de Informação: Análise de links

Marcelo K. Albertini

Faculdade de Computação, Universidade Federal de Uberlândia

# Conteúdo

- Texto de âncora: o que são links e porquê são importantes para ORI

# Conteúdo

- Texto de âncora: o que são links e porquê são importantes para ORI

# Conteúdo

- Texto de âncora: o que são links e porquê são importantes para ORI
- Análise de citação: fundação matemática de PageRank e ranking baseado em links

# Conteúdo

- Texto de âncora: o que são links e porquê são importantes para ORI
- Análise de citação: fundação matemática de PageRank e ranking baseado em links
- PageRank: algoritmo original

# Conteúdo

- Texto de âncora: o que são links e porquê são importantes para ORI
- Análise de citação: fundação matemática de PageRank e ranking baseado em links
- PageRank: algoritmo original
- Centros & Autoridades: um algoritmo alternativo de ranking baseados em links

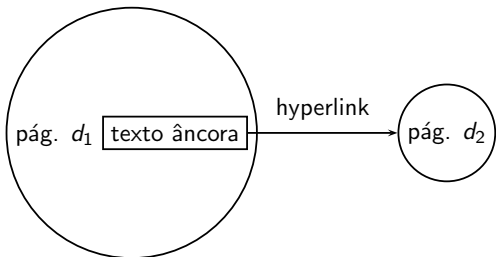
# Conteúdo

- 1 Texto âncora
- 2 Análise de citação
- 3 PageRank
- 4 HITS: Hubs & Authorities - Centros e autoridades

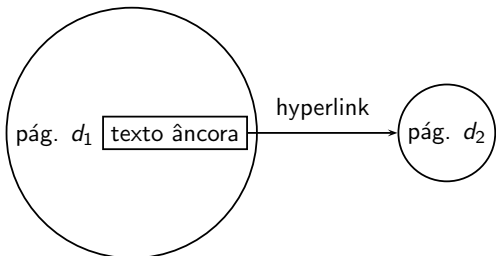
# A web: um grafo direcionado



# A web: um grafo direcionado

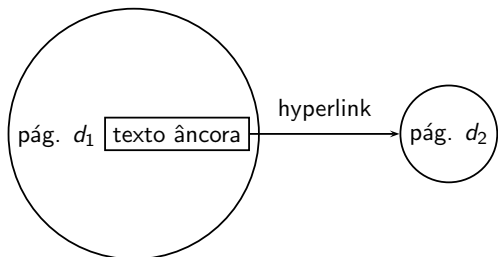


# A web: um grafo direcionado



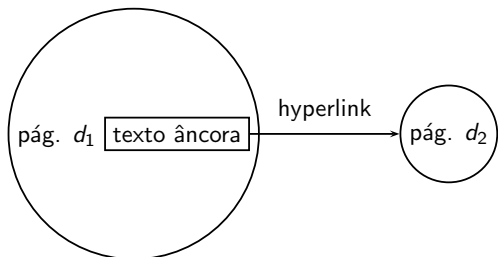
- Premissa 1: Um hyperlink é um sinal de qualidade.

# A web: um grafo direcionado



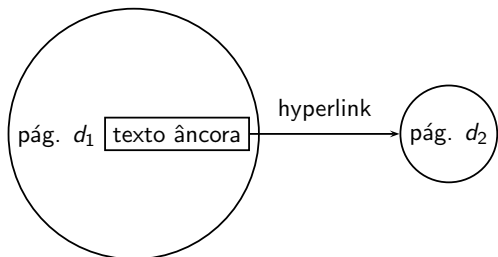
- Premissa 1: Um hyperlink é um sinal de qualidade.
  - O hyperlink  $d_1 \rightarrow d_2$  indica que o autor de  $d_1$  considera  $d_2$  como sendo boa qualidade e relevante.

# A web: um grafo direcionado



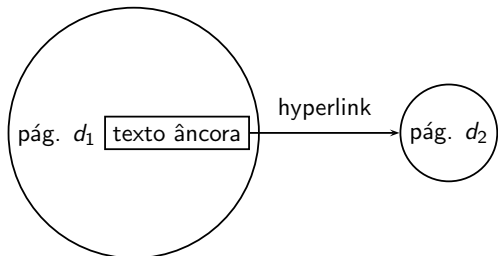
- Premissa 1: Um hyperlink é um sinal de qualidade.
  - O hyperlink  $d_1 \rightarrow d_2$  indica que o autor de  $d_1$  considera  $d_2$  como sendo boa qualidade e relevante.
- Premissa 2: O texto âncora descreve o conteúdo  $d_2$ .

# A web: um grafo direcionado



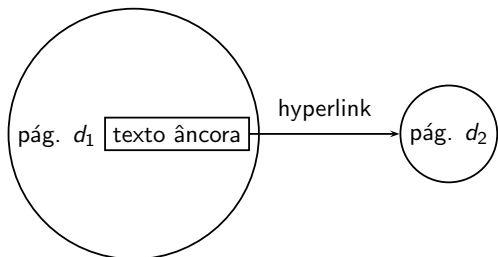
- Premissa 1: Um hyperlink é um sinal de qualidade.
  - O hyperlink  $d_1 \rightarrow d_2$  indica que o autor de  $d_1$  considera  $d_2$  como sendo boa qualidade e relevante.
- Premissa 2: O texto âncora descreve o conteúdo  $d_2$ .
  - Consideramos o texto âncora sendo o texto em volta do hyperlink.

# A web: um grafo direcionado



- Premissa 1: Um hyperlink é um sinal de qualidade.
  - O hyperlink  $d_1 \rightarrow d_2$  indica que o autor de  $d_1$  considera  $d_2$  como sendo boa qualidade e relevante.
- Premissa 2: O texto âncora descreve o conteúdo  $d_2$ .
  - Consideramos o texto âncora sendo o texto em volta do hyperlink.
  - Exemplo: "Encontre carros baratos <a href=http://...>aqui</a>."

# A web: um grafo direcionado



- Premissa 1: Um hyperlink é um sinal de qualidade.
  - O hyperlink  $d_1 \rightarrow d_2$  indica que o autor de  $d_1$  considera  $d_2$  como sendo boa qualidade e relevante.
- Premissa 2: O texto âncora descreve o conteúdo  $d_2$ .
  - Consideramos o texto âncora sendo o texto em volta do hyperlink.
  - Exemplo: "Encontre carros baratos <a href=http://...>aqui</a>."
  - texto âncora: "Encontre carros baratos aqui"
  - Usando a definição formal: apenas texto visível em um hyperlink: [aqui](#)

[texto de  $d_2$ ] somente vs. [texto de  $d_2$ ] + [texto âncora  
→  $d_2$ ]

- Buscar no [texto de  $d_2$ ] + [texto âncora →  $d_2$ ] costuma ser mais efetivo que buscar no [texto de  $d_2$ ] somente



[texto de  $d_2$ ] somente vs. [texto de  $d_2$ ] + [texto âncora  
→  $d_2$ ]

- Buscar no [texto de  $d_2$ ] + [texto âncora →  $d_2$ ] costuma ser mais efetivo que buscar no [texto de  $d_2$ ] somente
- Exemplo: consulta: *IBM*

[texto de  $d_2$ ] somente vs. [texto de  $d_2$ ] + [texto âncora  $\rightarrow d_2$ ]

- Buscar no [texto de  $d_2$ ] + [texto âncora  $\rightarrow d_2$ ] costuma ser mais efetivo que buscar no [texto de  $d_2$ ] somente
- Exemplo: consulta: *IBM*
  - Retorna página de direitos autorais da IBM

[texto de  $d_2$ ] somente vs. [texto de  $d_2$ ] + [texto âncora  $\rightarrow d_2$ ]

- Buscar no [texto de  $d_2$ ] + [texto âncora  $\rightarrow d_2$ ] costuma ser mais efetivo que buscar no [texto de  $d_2$ ] somente
- Exemplo: consulta: *IBM*
  - Retorna página de direitos autorais da IBM
  - Retorna muitas páginas de spam

[texto de  $d_2$ ] somente vs. [texto de  $d_2$ ] + [texto âncora  $\rightarrow d_2$ ]

- Buscar no [texto de  $d_2$ ] + [texto âncora  $\rightarrow d_2$ ] costuma ser mais efetivo que buscar no [texto de  $d_2$ ] somente
- Exemplo: consulta: *IBM*
  - Retorna página de direitos autorais da IBM
  - Retorna muitas páginas de spam
  - Retorna artigo do Wikipedia sobre a IBM

[texto de  $d_2$ ] somente vs. [texto de  $d_2$ ] + [texto âncora  $\rightarrow d_2$ ]

- Buscar no [texto de  $d_2$ ] + [texto âncora  $\rightarrow d_2$ ] costuma ser mais efetivo que buscar no [texto de  $d_2$ ] somente
- Exemplo: consulta: *IBM*
  - Retorna página de direitos autorais da IBM
  - Retorna muitas páginas de spam
  - Retorna artigo do Wikipedia sobre a IBM
  - Mas talvez não retorne a home page da IBM

[texto de  $d_2$ ] somente vs. [texto de  $d_2$ ] + [texto âncora  $\rightarrow d_2$ ]

- Buscar no [texto de  $d_2$ ] + [texto âncora  $\rightarrow d_2$ ] costuma ser mais efetivo que buscar no [texto de  $d_2$ ] somente
- Exemplo: consulta: *IBM*
  - Retorna página de direitos autorais da IBM
  - Retorna muitas páginas de spam
  - Retorna artigo do Wikipedia sobre a IBM
  - Mas talvez não retorne a home page da IBM
  - ... se a home page for a maior parte imagens

[texto de  $d_2$ ] somente vs. [texto de  $d_2$ ] + [texto âncora  $\rightarrow d_2$ ]  
 $\rightarrow d_2$ ]

- Buscar no [texto de  $d_2$ ] + [texto âncora  $\rightarrow d_2$ ] costuma ser mais efetivo que buscar no [texto de  $d_2$ ] somente
- Exemplo: consulta: *IBM*
  - Retorna página de direitos autorais da IBM
  - Retorna muitas páginas de spam
  - Retorna artigo do Wikipedia sobre a IBM
  - Mas talvez não retorne a home page da IBM
  - ... se a home page for a maior parte imagens
- Buscar no [texto âncora  $\rightarrow d_2$ ] é melhor para a consulta *IBM*.

# [texto de $d_2$ ] somente vs. [texto de $d_2$ ] + [texto âncora $\rightarrow d_2$ ]

- Buscar no [texto de  $d_2$ ] + [texto âncora  $\rightarrow d_2$ ] costuma ser mais efetivo que buscar no [texto de  $d_2$ ] somente
- Exemplo: consulta: *IBM*
  - Retorna página de direitos autorais da IBM
  - Retorna muitas páginas de spam
  - Retorna artigo do Wikipedia sobre a IBM
  - Mas talvez não retorne a home page da IBM
  - ... se a home page for a maior parte imagens
- Buscar no [texto âncora  $\rightarrow d_2$ ] é melhor para a consulta *IBM*.
  - Nessa representação, a página com maior número de ocorrências de *IBM* é [www.ibm.com](http://www.ibm.com).



# Texto âncora contendo *IBM* apontando para [www.ibm.com](http://www.ibm.com)

[www.nytimes.com](http://www.nytimes.com): “IBM compra Webify”

[www.slashdot.org](http://www.slashdot.org): “Novo chip ótico da IBM ”

[www.stanford.edu](http://www.stanford.edu): “professores premiados pela IBM”

[www.ibm.com](http://www.ibm.com)

# Texto âncora contendo *IBM* apontando para [www.ibm.com](http://www.ibm.com)

[www.nytimes.com](http://www.nytimes.com): “IBM compra Webify”

[www.slashdot.org](http://www.slashdot.org): “Novo chip ótico da IBM ”

[www.stanford.edu](http://www.stanford.edu): “professores premiados pela IBM”

[www.ibm.com](http://www.ibm.com)

```
graph TD; A["www.nytimes.com: 'IBM compra Webify'"] -.-> D["www.ibm.com"]; B["www.slashdot.org: 'Novo chip ótico da IBM '"] -.-> D; C["www.stanford.edu: 'professores premiados pela IBM'"] -.-> D;
```

# Indexação de texto âncora

- Portanto, texto âncora pode ser uma descrição melhor da página, que o próprio conteúdo da página

# Indexação de texto âncora

- Portanto, texto âncora pode ser uma descrição melhor da página, que o próprio conteúdo da página
- texto âncora pode ter atribuído um peso mais alto que o texto dos documentos. (baseado nas Premissas 1&2)

# Indexação de texto âncora

- Portanto, texto âncora pode ser uma descrição melhor da página, que o próprio conteúdo da página
- texto âncora pode ter atribuído um peso mais alto que o texto dos documentos. (baseado nas Premissas 1&2)
- Indexação de texto âncora pode ter efeitos colaterais indesejáveis: bombardeio de links

# Premissas do PageRank

- Premissa 1: Um link na web é um sinal de qualidade – o autor do link pensa que a página referenciada é de alta qualidade

# Premissas do PageRank

- Premissa 1: Um link na web é um sinal de qualidade – o autor do link pensa que a página referenciada é de alta qualidade
- Premissa 2: O texto âncora descreve o conteúdo da página referenciada

# Premissas do PageRank

- Premissa 1: Um link na web é um sinal de qualidade – o autor do link pensa que a página referenciada é de alta qualidade
- Premissa 2: O texto âncora descreve o conteúdo da página referenciada
- A premissa 1 é verdadeira em geral?



# Premissas do PageRank

- Premissa 1: Um link na web é um sinal de qualidade – o autor do link pensa que a página referenciada é de alta qualidade
- Premissa 2: O texto âncora descreve o conteúdo da página referenciada
- A premissa 1 é verdadeira em geral?
- A premissa 2 é verdadeira em geral?

# Bombardeio de links

- Um bombardeio de links é uma busca maliciosamente manipulada a partir do texto âncora.

# Bombardeio de links

- Um bombardeio de links é uma busca maliciosamente manipulada a partir do texto âncora.
- `déspota cachaceiro, more evil than Satan`

# Bombardeio de links

- Um bombardeio de links é uma busca maliciosamente manipulada a partir do texto âncora.
- `déspota cachaceiro, more evil than Satan`
- Em 2007, novas função de pesos para o ranking baseado em links corrigiu muitos bombardeio de links

# Bombardeio de links

- Um bombardeio de links é uma busca maliciosamente manipulada a partir do texto âncora.
- `déspota cachaceiro, more evil than Satan`
- Em 2007, novas função de pesos para o ranking baseado em links corrigiu muitos bombardeio de links
- Ainda existem alguns: `[dangerous cult]` no DuckDuckGo (7°), Google (3°), Bing (9°), Yahoo (9°),

# Bombardeio de links

- Um bombardeio de links é uma busca maliciosamente manipulada a partir do texto âncora.
- `déspota cachaceiro, more evil than Satan`
- Em 2007, novas função de pesos para o ranking baseado em links corrigiu muitos bombardeio de links
- Ainda existem alguns: `[dangerous cult]` no DuckDuckGo (7°), Google (3°), Bing (9°), Yahoo (9°),
  - Criação coordenada de links por parte de pessoas que não gostam da Igreja da Cientologia

# Conteúdo

- 1 Texto âncora
- 2 **Análise de citação**
- 3 PageRank
- 4 HITS: Hubs & Authorities - Centros e autoridades

# Origem do PageRank: Análise de citação (1)

- Análise de citação: análise de citações na literatura científica



# Origem do PageRank: Análise de citação (1)

- Análise de citação: análise de citações na literatura científica
- Exemplo de citação: “[Miller \(2001\)](#) demonstrou que atividade física altera o metabolismo de estrogênio.”

# Origem do PageRank: Análise de citação (1)

- Análise de citação: análise de citações na literatura científica
- Exemplo de citação: “[Miller \(2001\)](#) demonstrou que atividade física altera o metabolismo de estrogênio.”
- Podemos considerar “Miller (2001)” como um link entre dois artigos científicos

# Origem do PageRank: Análise de citação (1)

- Análise de citação: análise de citações na literatura científica
- Exemplo de citação: “[Miller \(2001\)](#) demonstrou que atividade física altera o metabolismo de estrogênio.”
- Podemos considerar “Miller (2001)” como um link entre dois artigos científicos
- Aplicação desses “hyperlinks” na literatura científica:

# Origem do PageRank: Análise de citação (1)

- Análise de citação: análise de citações na literatura científica
- Exemplo de citação: “[Miller \(2001\)](#) demonstrou que atividade física altera o metabolismo de estrogênio.”
- Podemos considerar “Miller (2001)” como um link entre dois artigos científicos
- Aplicação desses “hyperlinks” na literatura científica:
  - Medir a similaridade de dois artigos pelos artigos citados por ambos ou artigos em comuns citando ambos

# Origem do PageRank: Análise de citação (1)

- Análise de citação: análise de citações na literatura científica
- Exemplo de citação: “[Miller \(2001\)](#) demonstrou que atividade física altera o metabolismo de estrogênio.”
- Podemos considerar “Miller (2001)” como um link entre dois artigos científicos
- Aplicação desses “hyperlinks” na literatura científica:
  - Medir a similaridade de dois artigos pelos artigos citados por ambos ou artigos em comuns citando ambos
  - Similaridade de [co-citação](#)

# Origem do PageRank: Análise de citação (1)

- Análise de citação: análise de citações na literatura científica
- Exemplo de citação: “[Miller \(2001\)](#) demonstrou que atividade física altera o metabolismo de estrogênio.”
- Podemos considerar “Miller (2001)” como um link entre dois artigos científicos
- Aplicação desses “hyperlinks” na literatura científica:
  - Medir a similaridade de dois artigos pelos artigos citados por ambos ou artigos em comuns citando ambos
  - Similaridade de [co-citação](#)
  - Similaridade de co-citação na web: operador “related:” do Google , e.g. [related:www.ford.com]

## Origem do PageRank: Análise de citação (2)

- Aplicação: frequência de citação pode ser usada para medir o **impacto** de um artigo científico

## Origem do PageRank: Análise de citação (2)

- Aplicação: frequência de citação pode ser usada para medir o **impacto** de um artigo científico
  - Medida mais simples: cada citação recebe um voto – não é muito preciso



## Origem do PageRank: Análise de citação (2)

- Aplicação: frequência de citação pode ser usada para medir o **impacto** de um artigo científico
  - Medida mais simples: cada citação recebe um voto – não é muito preciso
- Na web: frequência de citação = contagem **inlink** = links recebidos

## Origem do PageRank: Análise de citação (2)

- Aplicação: frequência de citação pode ser usada para medir o **impacto** de um artigo científico
  - Medida mais simples: cada citação recebe um voto – não é muito preciso
- Na web: frequência de citação = contagem **inlink** = links recebidos
  - Uma contagem de inlink alta não reflete em alta qualidade ...

## Origem do PageRank: Análise de citação (2)

- Aplicação: frequência de citação pode ser usada para medir o **impacto** de um artigo científico
  - Medida mais simples: cada citação recebe um voto – não é muito preciso
- Na web: frequência de citação = contagem **inlink** = links recebidos
  - Uma contagem de inlink alta não reflete em alta qualidade ...
  - ... por causa principalmente de spam

## Origem do PageRank: Análise de citação (2)

- Aplicação: frequência de citação pode ser usada para medir o **impacto** de um artigo científico
  - Medida mais simples: cada citação recebe um voto – não é muito preciso
- Na web: frequência de citação = contagem **inlink** = links recebidos
  - Uma contagem de inlink alta não reflete em alta qualidade ...
  - ... por causa principalmente de spam
- Medida melhor: frequência de citação **ponderada** ou rank de citações

## Origem do PageRank: Análise de citação (2)

- Aplicação: frequência de citação pode ser usada para medir o **impacto** de um artigo científico
  - Medida mais simples: cada citação recebe um voto – não é muito preciso
- Na web: frequência de citação = contagem **inlink** = links recebidos
  - Uma contagem de inlink alta não reflete em alta qualidade ...
  - ... por causa principalmente de spam
- Medida melhor: frequência de citação **ponderada** ou rank de citações
  - Um voto de citação é ponderado de acordo com o seu impacto de citação

## Origem do PageRank: Análise de citação (2)

- Aplicação: frequência de citação pode ser usada para medir o **impacto** de um artigo científico
  - Medida mais simples: cada citação recebe um voto – não é muito preciso
- Na web: frequência de citação = contagem **inlink** = links recebidos
  - Uma contagem de inlink alta não reflete em alta qualidade ...
  - ... por causa principalmente de spam
- Medida melhor: frequência de citação **ponderada** ou rank de citações
  - Um voto de citação é ponderado de acordo com o seu impacto de citação
  - Circular? Não: pode ser formalizado em um modo bem definido

## Origem do PageRank: Análise de citação (3)

- Medida melhor: frequência de citação ponderada ou rank de citações

## Origem do PageRank: Análise de citação (3)

- Medida melhor: frequência de citação ponderada ou rank de citações
- Isto é, basicamente, o PageRank.



## Origem do PageRank: Análise de citação (3)

- Medida melhor: frequência de citação ponderada ou rank de citações
- Isto é, basicamente, o PageRank.
- PageRank foi inventado no contexto de análise de citações por Pinski e Narin nos anos 1960s.

## Origem do PageRank: Análise de citação (3)

- Medida melhor: frequência de citação ponderada ou rank de citações
- Isto é, basicamente, o PageRank.
- PageRank foi inventado no contexto de análise de citações por Pinski e Narin nos anos 1960s.
- Análise de citação é importante: o salário de professores, investimento em projetos de pesquisa, infraestrutura da universidade são definidos pelo impacto da pesquisa avaliado pela análise de citações

# Origem do PageRank: resumo

- Podemos usar o mesmo modelo para

# Origem do PageRank: resumo

- Podemos usar o mesmo modelo para
  - citações em literatura científica

# Origem do PageRank: resumo

- Podemos usar o mesmo modelo para
  - citações em literatura científica
  - hyperlinks na web

# Origem do PageRank: resumo

- Podemos usar o mesmo modelo para
  - citações em literatura científica
  - hyperlinks na web
- frequência de citação com ponderação adequada é uma medida excelente de qualidade . . .

# Origem do PageRank: resumo

- Podemos usar o mesmo modelo para
  - citações em literatura científica
  - hyperlinks na web
- frequência de citação com ponderação adequada é uma medida excelente de qualidade ...
  - ... tanto para páginas web quanto para publicações científicas

# Origem do PageRank: resumo

- Podemos usar o mesmo modelo para
  - citações em literatura científica
  - hyperlinks na web
- frequência de citação com ponderação adequada é uma medida excelente de qualidade ...
  - ... tanto para páginas web quanto para publicações científicas
- Próximo: algoritmo PageRank para calcular a frequência de citações ponderada para a web



# Ranking baseado em links para busca web

# Ranking baseado em links para busca web

- Versão simples usando links para ranking na web

# Ranking baseado em links para busca web

- Versão simples usando links para ranking na web
  - Primeiro: capturar todas as páginas adequadas para a consulta

# Ranking baseado em links para busca web

- Versão simples usando links para ranking na web
  - Primeiro: capturar todas as páginas adequadas para a consulta
  - Ordenar as páginas pelo número de inlinks (links recebidos)

# Ranking baseado em links para busca web

- Versão simples usando links para ranking na web
  - Primeiro: capturar todas as páginas adequadas para a consulta
  - Ordenar as páginas pelo número de inlinks (links recebidos)
- Usando somente popularidade de links é fácil de fazer spam. Porquê?

# Conteúdo

- 1 Texto âncora
- 2 Análise de citação
- 3 PageRank**
- 4 HITS: Hubs & Authorities - Centros e autoridades

# Modelo do PageRank: Caminhada aleatória

- Imagine um navegador fazendo caminhada aleatória na web

# Modelo do PageRank: Caminhada aleatória

- Imagine um navegador fazendo caminhada aleatória na web
  - Iniciar em uma página aleatória



# Modelo do PageRank: Caminhada aleatória

- Imagine um navegador fazendo caminhada aleatória na web
  - Iniciar em uma página aleatória
  - A cada passo, sair da página atual e ir para um dos links daquela página, com chances iguais

# Modelo do PageRank: Caminhada aleatória

- Imagine um navegador fazendo caminhada aleatória na web
  - Iniciar em uma página aleatória
  - A cada passo, sair da página atual e ir para um dos links daquela página, com chances iguais
- Depois de muita caminhada, cada página tem uma taxa de visita a longo prazo.

# Modelo do PageRank: Caminhada aleatória

- Imagine um navegador fazendo caminhada aleatória na web
  - Iniciar em uma página aleatória
  - A cada passo, sair da página atual e ir para um dos links daquela página, com chances iguais
- Depois de muita caminhada, cada página tem uma taxa de visita a longo prazo.
- Essa taxa de visita de longo prazo é o PageRank da página.

# Modelo do PageRank: Caminhada aleatória

- Imagine um navegador fazendo caminhada aleatória na web
  - Iniciar em uma página aleatória
  - A cada passo, sair da página atual e ir para um dos links daquela página, com chances iguais
- Depois de muita caminhada, cada página tem uma taxa de visita a longo prazo.
- Essa taxa de visita de longo prazo é o PageRank da página.
- PageRank = taxa de visita a longo prazo = probabilidade de estado estável

# Formalização caminhada aleatória: Cadeia de Markov

# Formalização caminhada aleatória: Cadeia de Markov

- A Cadeia de Markov consiste de  $N$  estados, mais uma **matriz de probabilidade de transição**  $P$  com  $N \times N$  valores.

# Formalização caminhada aleatória: Cadeia de Markov

- A Cadeia de Markov consiste de  $N$  estados, mais uma **matriz de probabilidade de transição**  $P$  com  $N \times N$  valores.
- estado = página

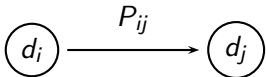
# Formalização caminhada aleatória: Cadeia de Markov

- A Cadeia de Markov consiste de  $N$  estados, mais uma **matriz de probabilidade de transição**  $P$  com  $N \times N$  valores.
- **estado = página**
- A cada passo, estamos em uma das páginas

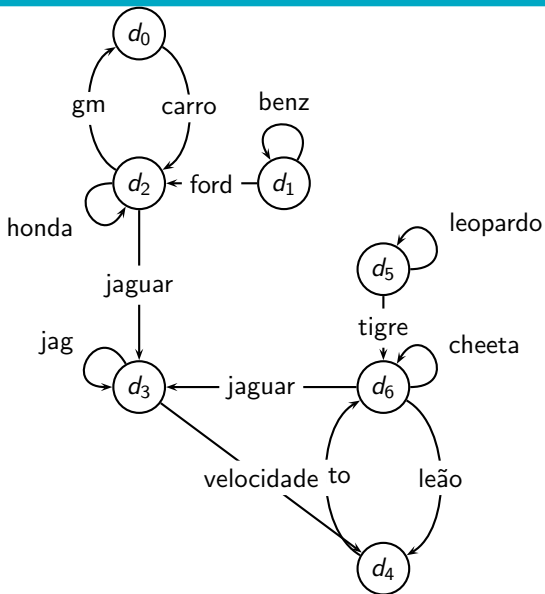


# Formalização caminhada aleatória: Cadeia de Markov

- A Cadeia de Markov consiste de  $N$  estados, mais uma **matriz de probabilidade de transição**  $P$  com  $N \times N$  valores.
- **estado = página**
- A cada passo, estamos em uma das páginas
- Para  $1 \leq i, j \leq N$ , o valor da matriz  $P_{ij}$  é a probabilidade de  $j$  ser a próxima página, dado que estamos atualmente na página  $i$ .
- Propriedade:  $\sum_{j=1}^N P_{ij} = 1$



# Exemplo grafo web



# Exemplo: matriz de links

|       | $d_0$ | $d_1$ | $d_2$ | $d_3$ | $d_4$ | $d_5$ | $d_6$ |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $d_0$ | 0     | 0     | 1     | 0     | 0     | 0     | 0     |
| $d_1$ | 0     | 1     | 1     | 0     | 0     | 0     | 0     |
| $d_2$ | 1     | 0     | 1     | 1     | 0     | 0     | 0     |
| $d_3$ | 0     | 0     | 0     | 1     | 1     | 0     | 0     |
| $d_4$ | 0     | 0     | 0     | 0     | 0     | 0     | 1     |
| $d_5$ | 0     | 0     | 0     | 0     | 0     | 1     | 1     |
| $d_6$ | 0     | 0     | 0     | 1     | 1     | 0     | 1     |

# Exemplo: matriz de probabilidades de transição $P$

|       | $d_0$ | $d_1$ | $d_2$ | $d_3$ | $d_4$ | $d_5$ | $d_6$ |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $d_0$ | 0.00  | 0.00  | 1.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  |
| $d_1$ | 0.00  | 0.50  | 0.50  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  |
| $d_2$ | 0.33  | 0.00  | 0.33  | 0.33  | 0.00  | 0.00  | 0.00  |
| $d_3$ | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.50  | 0.50  | 0.00  | 0.00  |
| $d_4$ | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 1.00  |
| $d_5$ | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.50  | 0.50  |
| $d_6$ | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.33  | 0.33  | 0.00  | 0.33  |

# Taxa de visita a longo prazo

- PageRank = taxa de visita a longo prazo

# Taxa de visita a longo prazo

- PageRank = taxa de visita a longo prazo
  - Taxa de visita a longo prazo da página  $d$  é a probabilidade que um navegador aleatório tem de estar na página  $d$  em um dado momento

# Taxa de visita a longo prazo

- PageRank = taxa de visita a longo prazo
  - Taxa de visita a longo prazo da página  $d$  é a probabilidade que um navegador aleatório tem de estar na página  $d$  em um dado momento
- Quais são as propriedades que um grafo da web deve ter para a taxa de visita a longo prazo ser bem definida?

# Taxa de visita a longo prazo

- PageRank = taxa de visita a longo prazo
  - Taxa de visita a longo prazo da página  $d$  é a probabilidade que um navegador aleatório tem de estar na página  $d$  em um dado momento
- Quais são as propriedades que um grafo da web deve ter para a taxa de visita a longo prazo ser bem definida?
- O grafo deve corresponder a uma cadeia de Markov **ergódica**.

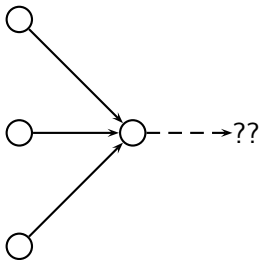


# Taxa de visita a longo prazo

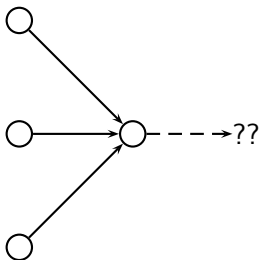
- PageRank = taxa de visita a longo prazo
  - Taxa de visita a longo prazo da página  $d$  é a probabilidade que um navegador aleatório tem de estar na página  $d$  em um dado momento
- Quais são as propriedades que um grafo da web deve ter para a taxa de visita a longo prazo ser bem definida?
- O grafo deve corresponder a uma cadeia de Markov [ergódica](#).
- Caso especial: o grafo da web não deve ter becos sem saída

# Becos sem saída

# Becos sem saída

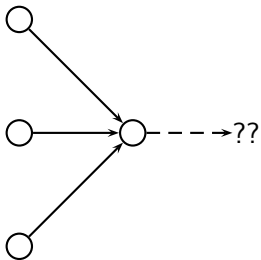


# Becos sem saída



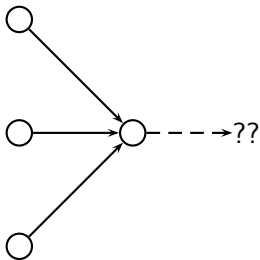
- A web é cheia de becos sem saída

# Becos sem saída



- A web é cheia de becos sem saída
- Caminhada aleatória pode ficar travada em um beco sem saída

# Becos sem saída



- A web é cheia de becos sem saída
- Caminhada aleatória pode ficar travada em um beco sem saída
- Se há becos sem saída, taxas de visita a longo prazo não são bem definidas

## teletransporte – saída do caminho sem saída

- Em um **beco sem saída**, pular para uma página web aleatória com prob.  $1/N$ .

## teletransporte – saída do caminho sem saída

- Em um **beco sem saída**, pular para uma página web aleatória com prob.  $1/N$ .
- Em um caminho normal, com probabilidade 10%, pular para uma página web aleatória (com probabilidade de  $0.1/N$  para cada).



## teletransporte – saída do caminho sem saída

- Em um **beco sem saída**, pular para uma página web aleatória com prob.  $1/N$ .
- Em um caminho normal, com probabilidade 10%, pular para uma página web aleatória (com probabilidade de  $0.1/N$  para cada).
- Com probabilidade (90%), ir para um link aleatório

## teletransporte – saída do caminho sem saída

- Em um **beco sem saída**, pular para uma página web aleatória com prob.  $1/N$ .
- Em um caminho normal, com probabilidade 10%, pular para uma página web aleatória (com probabilidade de  $0.1/N$  para cada).
- Com probabilidade (90%), ir para um link aleatório
  - Exemplo: se uma página tem 4 links de saída: escolher um com probabilidade  $(1-0.10)/4=0.225$

## teletransporte – saída do caminho sem saída

- Em um **beco sem saída**, pular para uma página web aleatória com prob.  $1/N$ .
- Em um caminho normal, com probabilidade 10%, pular para uma página web aleatória (com probabilidade de  $0.1/N$  para cada).
- Com probabilidade (90%), ir para um link aleatório
  - Exemplo: se uma página tem 4 links de saída: escolher um com probabilidade  $(1-0.10)/4=0.225$
- 10% é um parâmetro, a taxa de **teletransporte**.

# teletransporte – saída do caminho sem saída

- Em um **beco sem saída**, pular para uma página web aleatória com prob.  $1/N$ .
- Em um caminho normal, com probabilidade 10%, pular para uma página web aleatória (com probabilidade de  $0.1/N$  para cada).
- Com probabilidade (90%), ir para um link aleatório
  - Exemplo: se uma página tem 4 links de saída: escolher um com probabilidade  $(1-0.10)/4=0.225$
- 10% é um parâmetro, a taxa de **teletransporte**.
- Nota: “sair” de um beco sem saída é independente da taxa de teletransporte

# Resultado de teletransporte

- Com teletransporte, não ficamos presos em um beco sem saída.

# Resultado de teletransporte

- Com teletransporte, não ficamos presos em um beco sem saída.
- Mas mesmo sem becos sem saída, um grafo pode não ter taxa de visita a longo prazo bem definida.

# Resultado de teletransporte

- Com teletransporte, não ficamos presos em um beco sem saída.
- Mas mesmo sem becos sem saída, um grafo pode não ter taxa de visita a longo prazo bem definida.
- É necessário que a cadeia de Markov seja [ergódica](#).

# Cadeias de Markov Ergódicas

- A cadeia de Markov é ergódica se e somente se for irredutível e aperiódica.



# Cadeias de Markov Ergódicas

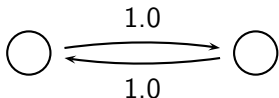
- A cadeia de Markov é ergódica se e somente se for irredutível e aperiódica.
- **Irredutibilidade.** Ideia: há um caminho entre quaisquer duas páginas

# Cadeias de Markov Ergódicas

- A cadeia de Markov é ergódica se e somente se for irredutível e aperiódica.
- **Irredutibilidade.** Ideia: há um caminho entre quaisquer duas páginas
- **Aperiodicidade.** Ideia: Páginas não podem ser separadas de forma que o navegador aleatório seja obrigado a visitá-las em uma ordem específica.

# Cadeias de Markov Ergódicas

- A cadeia de Markov é ergódica se e somente se for irredutível e aperiódica.
- **Irredutibilidade.** Ideia: há um caminho entre quaisquer duas páginas
- **Aperiodicidade.** Ideia: Páginas não podem ser separadas de forma que o navegador aleatório seja obrigado a visitá-las em uma ordem específica.
- Uma cadeia de Markov não-ergódica:



# Cadeias de Markov Ergódicas

- Teorema: para uma cadeia de Markov ergódica, existe uma única taxa de visita a longo prazo para cada estado

# Cadeias de Markov Ergódicas

- Teorema: para uma cadeia de Markov ergódica, existe uma única taxa de visita a longo prazo para cada estado
- Essa é a [distribuição de probabilidades em estado estável](#).

# Cadeias de Markov Ergódicas

- Teorema: para uma cadeia de Markov ergódica, existe uma única taxa de visita a longo prazo para cada estado
- Essa é a **distribuição de probabilidades em estado estável**.
- Em um longo período de tempo, visita-se cada estado na proporção dessa taxa

# Cadeias de Markov Ergódicas

- Teorema: para uma cadeia de Markov ergódica, existe uma única taxa de visita a longo prazo para cada estado
- Essa é a **distribuição de probabilidades em estado estável**.
- Em um longo período de tempo, visita-se cada estado na proporção dessa taxa
- Não importa a página inicial

# Cadeias de Markov Ergódicas

- Teorema: para uma cadeia de Markov ergódica, existe uma única taxa de visita a longo prazo para cada estado
- Essa é a **distribuição de probabilidades em estado estável**.
- Em um longo período de tempo, visita-se cada estado na proporção dessa taxa
- Não importa a página inicial
- **teletransporte faz o grafo da web ser ergódico**.



# Cadeias de Markov Ergódicas

- Teorema: para uma cadeia de Markov ergódica, existe uma única taxa de visita a longo prazo para cada estado
- Essa é a **distribuição de probabilidades em estado estável**.
- Em um longo período de tempo, visita-se cada estado na proporção dessa taxa
- Não importa a página inicial
- **teletransporte faz o grafo da web ser ergódico.**
- $\Rightarrow$  **Grafo-Web+teletransporte tem uma distribuição de probabilidades de estado estável.**

# Cadeias de Markov Ergódicas

- Teorema: para uma cadeia de Markov ergódica, existe uma única taxa de visita a longo prazo para cada estado
- Essa é a **distribuição de probabilidades em estado estável**.
- Em um longo período de tempo, visita-se cada estado na proporção dessa taxa
- Não importa a página inicial
- **teletransporte faz o grafo da web ser ergódico.**
- **⇒ Grafo-Web+teletransporte tem uma distribuição de probabilidades de estado estável.**
- **⇒ Cada página no grafo-web+teletransporte tem um valor de PageRank.**

# Onde estamos

- Sabemos como ter certeza que temos um PageRank para cada página

# Onde estamos

- Sabemos como ter certeza que temos um PageRank para cada página
- Como calcular?

# Formalização de “visitas”: vetor de probabilidades

- Um vetor de probabilidades (vetor-linha)  $\vec{x} = (x_1, \dots, x_N)$  diz onde o navegador aleatório está em qualquer momento

# Formalização de “visitas”: vetor de probabilidades

- Um vetor de probabilidades (vetor-linha)  $\vec{x} = (x_1, \dots, x_N)$  diz onde o navegador aleatório está em qualquer momento
- Exemplo: 
$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 3 & \dots & i & \dots & N-2 & N-1 & N \end{pmatrix}$$

# Formalização de “visitas”: vetor de probabilidades

- Um vetor de probabilidades (vetor-linha)  $\vec{x} = (x_1, \dots, x_N)$  diz onde o navegador aleatório está em qualquer momento
- Exemplo: 
$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 3 & \dots & i & \dots & N-2 & N-1 & N \end{pmatrix}$$
- Mais geral: caminhada aleatória está na página  $i$  com probabilidade  $x_i$ .

# Formalização de “visitas”: vetor de probabilidades

- Um vetor de probabilidades (vetor-linha)  $\vec{x} = (x_1, \dots, x_N)$  diz onde o navegador aleatório está em qualquer momento

- Exemplo: 
$$\left( \begin{array}{cccccccccc} 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 3 & \dots & i & \dots & N-2 & N-1 & N \end{array} \right)$$

- Mais geral: caminhada aleatória está na página  $i$  com probabilidade  $x_i$ .

- Exemplo: 
$$\left( \begin{array}{cccccccccc} 0.05 & 0.01 & 0.0 & \dots & 0.2 & \dots & 0.01 & 0.05 & 0.03 \\ 1 & 2 & 3 & \dots & i & \dots & N-2 & N-1 & N \end{array} \right)$$



# Formalização de “visitas”: vetor de probabilidades

- Um vetor de probabilidades (vetor-linha)  $\vec{x} = (x_1, \dots, x_N)$  diz onde o navegador aleatório está em qualquer momento

- Exemplo: 
$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 3 & \dots & i & \dots & N-2 & N-1 & N \end{pmatrix}$$

- Mais geral: caminhada aleatória está na página  $i$  com probabilidade  $x_i$ .

- Exemplo: 
$$\begin{pmatrix} 0.05 & 0.01 & 0.0 & \dots & 0.2 & \dots & 0.01 & 0.05 & 0.03 \\ 1 & 2 & 3 & \dots & i & \dots & N-2 & N-1 & N \end{pmatrix}$$

- $\sum x_i = 1$

# Mudança no vetor de probabilidades

- Se o vetor de probabilidades é  $\vec{x} = (x_1, \dots, x_N)$  neste passo, como será no próximo?

# Mudança no vetor de probabilidades

- Se o vetor de probabilidades é  $\vec{x} = (x_1, \dots, x_N)$  neste passo, como será no próximo?
- Lembre-se que a linha  $i$  da matriz de transição de probabilidades  $P$  nos diz para onde iremos a partir do estado  $i$ .

# Mudança no vetor de probabilidades

- Se o vetor de probabilidades é  $\vec{x} = (x_1, \dots, x_N)$  neste passo, como será no próximo?
- Lembre-se que a linha  $i$  da matriz de transição de probabilidades  $P$  nos diz para onde iremos a partir do estado  $i$ .
- Então a partir de  $\vec{x}$ , o próximo estado é distribuído com as probabilidades em  $\vec{x}P$ .

# Notação de estado estável

- O estado estável na notação de vetor é simplesmente um vetor  $\vec{\pi} = (\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_N)$  de probabilidades

# Notação de estado estável

- O estado estável na notação de vetor é simplesmente um vetor  $\vec{\pi} = (\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_N)$  de probabilidades
- Usamos  $\vec{\pi}$  para diferenciar da notação de vetor de probabilidades  $\vec{x}$ .

# Notação de estado estável

- O estado estável na notação de vetor é simplesmente um vetor  $\vec{\pi} = (\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_N)$  de probabilidades
- Usamos  $\vec{\pi}$  para diferenciar da notação de vetor de probabilidades  $\vec{x}$ .
- $\pi_i$  é a taxa de visita a longo prazo (ou PageRank) da página  $i$ .

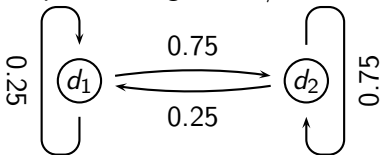
# Notação de estado estável

- O estado estável na notação de vetor é simplesmente um vetor  $\vec{\pi} = (\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_N)$  de probabilidades
- Usamos  $\vec{\pi}$  para diferenciar da notação de vetor de probabilidades  $\vec{x}$ .
- $\pi_i$  é a taxa de visita a longo prazo (ou PageRank) da página  $i$ .
- Podemos considerar o PageRank como um grande vetor – um valor por página



# Exemplo: distribuição de estado-estável

- O que é o PageRank / estado-estável nesse exemplo?



# Exemplo: estado estável

|       | $x_1$<br>$P_t(d_1)$ | $x_2$<br>$P_t(d_2)$  |
|-------|---------------------|--|
|       |                     | $P_{11} = 0.25$ $P_{12} = 0.75$<br>$P_{21} = 0.25$ $P_{22} = 0.75$ |
| $t_0$ |                     |  |
| $t_1$ |                     |  |

Vetor PageRank =  $\vec{\pi} = (\pi_1, \pi_2) = (0.25, 0.75)$

$$P_t(d_1) = P_{t-1}(d_1) * P_{11} + P_{t-1}(d_2) * P_{21}$$

$$P_t(d_2) = P_{t-1}(d_1) * P_{12} + P_{t-1}(d_2) * P_{22}$$

# Exemplo: estado estável

|       | $x_1$<br>$P_t(d_1)$ | $x_2$<br>$P_t(d_2)$ |  |
|-------|---------------------|---------------------|--|
|       |                     |                     | $P_{11} = 0.25$ $P_{12} = 0.75$<br>$P_{21} = 0.25$ $P_{22} = 0.75$ |
| $t_0$ | 0.25                | 0.75                |  |
| $t_1$ |                     |                     |  |

Vetor PageRank =  $\vec{\pi} = (\pi_1, \pi_2) = (0.25, 0.75)$

$$P_t(d_1) = P_{t-1}(d_1) * P_{11} + P_{t-1}(d_2) * P_{21}$$

$$P_t(d_2) = P_{t-1}(d_1) * P_{12} + P_{t-1}(d_2) * P_{22}$$

# Exemplo: estado estável

|       | $x_1$<br>$P_t(d_1)$ | $x_2$<br>$P_t(d_2)$ |                 |                 |
|-------|---------------------|---------------------|-----------------|-----------------|
|       |                     |                     | $P_{11} = 0.25$ | $P_{12} = 0.75$ |
|       |                     |                     | $P_{21} = 0.25$ | $P_{22} = 0.75$ |
| $t_0$ | 0.25                | 0.75                | 0.25            | 0.75            |
| $t_1$ |                     |                     |                 |                 |

Vetor PageRank =  $\vec{\pi} = (\pi_1, \pi_2) = (0.25, 0.75)$

$$P_t(d_1) = P_{t-1}(d_1) * P_{11} + P_{t-1}(d_2) * P_{21}$$

$$P_t(d_2) = P_{t-1}(d_1) * P_{12} + P_{t-1}(d_2) * P_{22}$$

# Exemplo: estado estável

|       | $x_1$<br>$P_t(d_1)$ | $x_2$<br>$P_t(d_2)$ |                 |                 |
|-------|---------------------|---------------------|-----------------|-----------------|
|       |                     |                     | $P_{11} = 0.25$ | $P_{12} = 0.75$ |
|       |                     |                     | $P_{21} = 0.25$ | $P_{22} = 0.75$ |
| $t_0$ | 0.25                | 0.75                | 0.25            | 0.75            |
| $t_1$ | 0.25                | 0.75                |                 |                 |

Vetor PageRank =  $\vec{\pi} = (\pi_1, \pi_2) = (0.25, 0.75)$

$$P_t(d_1) = P_{t-1}(d_1) * P_{11} + P_{t-1}(d_2) * P_{21}$$

$$P_t(d_2) = P_{t-1}(d_1) * P_{12} + P_{t-1}(d_2) * P_{22}$$

# Exemplo: estado estável

|       | $x_1$<br>$P_t(d_1)$ | $x_2$<br>$P_t(d_2)$ |                 |                 |
|-------|---------------------|---------------------|-----------------|-----------------|
|       |                     |                     | $P_{11} = 0.25$ | $P_{12} = 0.75$ |
|       |                     |                     | $P_{21} = 0.25$ | $P_{22} = 0.75$ |
| $t_0$ | 0.25                | 0.75                | 0.25            | 0.75            |
| $t_1$ | 0.25                | 0.75                | (convergência)  |                 |

Vetor PageRank =  $\vec{\pi} = (\pi_1, \pi_2) = (0.25, 0.75)$

$$P_t(d_1) = P_{t-1}(d_1) * P_{11} + P_{t-1}(d_2) * P_{21}$$

$$P_t(d_2) = P_{t-1}(d_1) * P_{12} + P_{t-1}(d_2) * P_{22}$$

# Como obter o vetor de estado estável?

- Como calcular PageRank?

# Como obter o vetor de estado estável?

- Como calcular PageRank?
- Vetor PageRank:  $\vec{\pi} = (\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_N), \dots$



## Como obter o vetor de estado estável?

- Como calcular PageRank?
- Vetor PageRank:  $\vec{\pi} = (\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_N)$ , ...
- ... se a distribuição neste passo é  $\vec{x}$ , então a distribuição no próximo passo é  $\vec{x}P$ .

## Como obter o vetor de estado estável?

- Como calcular PageRank?
- Vetor PageRank:  $\vec{\pi} = (\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_N)$ , ...
- ... se a distribuição neste passo é  $\vec{x}$ , então a distribuição no próximo passo é  $\vec{x}P$ .
- Mas  $\vec{\pi}$  é o estado estável!

## Como obter o vetor de estado estável?

- Como calcular PageRank?
- Vetor PageRank:  $\vec{\pi} = (\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_N)$ , ...
- ... se a distribuição neste passo é  $\vec{x}$ , então a distribuição no próximo passo é  $\vec{x}P$ .
- Mas  $\vec{\pi}$  é o estado estável!
- Então:  $\vec{\pi} = \vec{\pi}P$

## Como obter o vetor de estado estável?

- Como calcular PageRank?
- Vetor PageRank:  $\vec{\pi} = (\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_N)$ , ...
- ... se a distribuição neste passo é  $\vec{x}$ , então a distribuição no próximo passo é  $\vec{x}P$ .
- Mas  $\vec{\pi}$  é o estado estável!
- Então:  $\vec{\pi} = \vec{\pi}P$
- Resolvendo essa equação nos dá  $\vec{\pi}$ .

## Como obter o vetor de estado estável?

- Como calcular PageRank?
- Vetor PageRank:  $\vec{\pi} = (\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_N)$ , ...
- ... se a distribuição neste passo é  $\vec{x}$ , então a distribuição no próximo passo é  $\vec{x}P$ .
- Mas  $\vec{\pi}$  é o estado estável!
- Então:  $\vec{\pi} = \vec{\pi}P$
- Resolvendo essa equação nos dá  $\vec{\pi}$ .
- $\vec{\pi}$  é o auto-vetor principal esquerdo para  $P$  ...

## Como obter o vetor de estado estável?

- Como calcular PageRank?
- Vetor PageRank:  $\vec{\pi} = (\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_N)$ , ...
- ... se a distribuição neste passo é  $\vec{x}$ , então a distribuição no próximo passo é  $\vec{x}P$ .
- Mas  $\vec{\pi}$  é o estado estável!
- Então:  $\vec{\pi} = \vec{\pi}P$
- Resolvendo essa equação nos dá  $\vec{\pi}$ .
- $\vec{\pi}$  é o auto-vetor principal esquerdo para  $P$  ...
- ... isto é,  $\vec{\pi}$  é o auto-vetor esquerdo com maior auto-valor

## Como obter o vetor de estado estável?

- Como calcular PageRank?
- Vetor PageRank:  $\vec{\pi} = (\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_N)$ , ...
- ... se a distribuição neste passo é  $\vec{x}$ , então a distribuição no próximo passo é  $\vec{x}P$ .
- Mas  $\vec{\pi}$  é o estado estável!
- Então:  $\vec{\pi} = \vec{\pi}P$
- Resolvendo essa equação nos dá  $\vec{\pi}$ .
- $\vec{\pi}$  é o auto-vetor principal esquerdo para  $P$  ...
- ... isto é,  $\vec{\pi}$  é o auto-vetor esquerdo com maior auto-valor
- Todas as matrizes de probabilidades de transição tem o maior auto-valor igual a 1.

# Um modo de calcular o PageRank $\vec{\pi}$

- Iniciar com qualquer distribuição  $\vec{x}$ , e.g., distribuição uniforme



# Um modo de calcular o PageRank $\vec{\pi}$

- Iniciar com qualquer distribuição  $\vec{x}$ , e.g., distribuição uniforme
- Depois de um passo, estamos em  $\vec{x}P$ .

# Um modo de calcular o PageRank $\vec{\pi}$

- Iniciar com qualquer distribuição  $\vec{x}$ , e.g., distribuição uniforme
- Depois de um passo, estamos em  $\vec{x}P$ .
- Depois de dois passos, estamos em  $\vec{x}P^2$ .

# Um modo de calcular o PageRank $\vec{\pi}$

- Iniciar com qualquer distribuição  $\vec{x}$ , e.g., distribuição uniforme
- Depois de um passo, estamos em  $\vec{x}P$ .
- Depois de dois passos, estamos em  $\vec{x}P^2$ .
- Depois de  $k$  passos, estamos em  $\vec{x}P^k$ .

# Um modo de calcular o PageRank $\vec{\pi}$

- Iniciar com qualquer distribuição  $\vec{x}$ , e.g., distribuição uniforme
- Depois de um passo, estamos em  $\vec{x}P$ .
- Depois de dois passos, estamos em  $\vec{x}P^2$ .
- Depois de  $k$  passos, estamos em  $\vec{x}P^k$ .
- Algoritmo: multiplicar  $\vec{x}$  por potências de  $P$  até convergência

# Um modo de calcular o PageRank $\vec{\pi}$

- Iniciar com qualquer distribuição  $\vec{x}$ , e.g., distribuição uniforme
- Depois de um passo, estamos em  $\vec{x}P$ .
- Depois de dois passos, estamos em  $\vec{x}P^2$ .
- Depois de  $k$  passos, estamos em  $\vec{x}P^k$ .
- Algoritmo: multiplicar  $\vec{x}$  por potências de  $P$  até convergência
- Método da potência

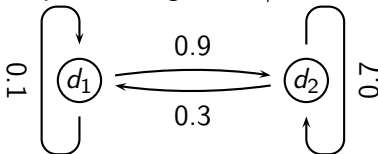
# Um modo de calcular o PageRank $\vec{\pi}$

- Iniciar com qualquer distribuição  $\vec{x}$ , e.g., distribuição uniforme
- Depois de um passo, estamos em  $\vec{x}P$ .
- Depois de dois passos, estamos em  $\vec{x}P^2$ .
- Depois de  $k$  passos, estamos em  $\vec{x}P^k$ .
- Algoritmo: multiplicar  $\vec{x}$  por potências de  $P$  até convergência
- Método da potência
- Eventualmente chegamos no estado estável  $\vec{\pi}$ .

# Exemplo: método da potência

# Exemplo: método da potência

- O que é o PageRank / estado estável neste exemplo?





# Calculando PageRank: método das potências

|            | $x_1$<br>$P_t(d_1)$ | $x_2$<br>$P_t(d_2)$ |  |
|------------|---------------------|---------------------|--|
|            |                     |                     | $P_{11} = 0.1$ $P_{12} = 0.9$<br>$P_{21} = 0.3$ $P_{22} = 0.7$ |
| $t_0$      |                     |                     | $= \vec{x}P$   |
| $t_1$      |                     |                     | $= \vec{x}P^2$   |
| $t_2$      |                     |                     | $= \vec{x}P^3$   |
| $t_3$      |                     |                     | $= \vec{x}P^4$   |
|            |                     |                     | $\dots$  |
| $t_\infty$ |                     |                     | $= \vec{x}P^\infty$  |

$$P_t(d_1) = P_{t-1}(d_1) * P_{11} + P_{t-1}(d_2) * P_{21}$$

$$P_t(d_2) = P_{t-1}(d_1) * P_{12} + P_{t-1}(d_2) * P_{22}$$

# Calculando PageRank: método das potências

|            | $x_1$<br>$P_t(d_1)$ | $x_2$<br>$P_t(d_2)$ |  |
|------------|---------------------|---------------------|--|
|            |                     |                     | $P_{11} = 0.1$ $P_{12} = 0.9$<br>$P_{21} = 0.3$ $P_{22} = 0.7$ |
| $t_0$      | 0                   | 1                   | $= \vec{x}P$   |
| $t_1$      |                     |                     | $= \vec{x}P^2$   |
| $t_2$      |                     |                     | $= \vec{x}P^3$   |
| $t_3$      |                     |                     | $= \vec{x}P^4$   |
|            |                     |                     | $\dots$  |
| $t_\infty$ |                     |                     | $= \vec{x}P^\infty$  |

$$P_t(d_1) = P_{t-1}(d_1) * P_{11} + P_{t-1}(d_2) * P_{21}$$

$$P_t(d_2) = P_{t-1}(d_1) * P_{12} + P_{t-1}(d_2) * P_{22}$$

# Calculando PageRank: método das potências

|            | $x_1$<br>$P_t(d_1)$ | $x_2$<br>$P_t(d_2)$ |                |                |
|------------|---------------------|---------------------|----------------|----------------|
|            |                     |                     | $P_{11} = 0.1$ | $P_{12} = 0.9$ |
|            |                     |                     | $P_{21} = 0.3$ | $P_{22} = 0.7$ |
| $t_0$      | 0                   | 1                   | 0.3            | 0.7            |
| $t_1$      |                     |                     |                |                |
| $t_2$      |                     |                     |                |                |
| $t_3$      |                     |                     |                |                |
| $t_\infty$ |                     |                     |                |                |

$= \vec{x}P$   
 $= \vec{x}P^2$   
 $= \vec{x}P^3$   
 $= \vec{x}P^4$   
 $\dots$   
 $= \vec{x}P^\infty$

$$P_t(d_1) = P_{t-1}(d_1) * P_{11} + P_{t-1}(d_2) * P_{21}$$

$$P_t(d_2) = P_{t-1}(d_1) * P_{12} + P_{t-1}(d_2) * P_{22}$$

# Calculando PageRank: método das potências

|            | $x_1$<br>$P_t(d_1)$ | $x_2$<br>$P_t(d_2)$ |                                  |                                  |                     |
|------------|---------------------|---------------------|----------------------------------|----------------------------------|---------------------|
|            |                     |                     | $P_{11} = 0.1$<br>$P_{21} = 0.3$ | $P_{12} = 0.9$<br>$P_{22} = 0.7$ |                     |
| $t_0$      | 0                   | 1                   | 0.3                              | 0.7                              | $= \vec{x}P$        |
| $t_1$      | 0.3                 | 0.7                 |                                  |                                  | $= \vec{x}P^2$      |
| $t_2$      |                     |                     |                                  |                                  | $= \vec{x}P^3$      |
| $t_3$      |                     |                     |                                  |                                  | $= \vec{x}P^4$      |
|            |                     |                     |                                  |                                  | $\dots$             |
| $t_\infty$ |                     |                     |                                  |                                  | $= \vec{x}P^\infty$ |

$$P_t(d_1) = P_{t-1}(d_1) * P_{11} + P_{t-1}(d_2) * P_{21}$$

$$P_t(d_2) = P_{t-1}(d_1) * P_{12} + P_{t-1}(d_2) * P_{22}$$

# Calculando PageRank: método das potências

|            | $x_1$<br>$P_t(d_1)$ | $x_2$<br>$P_t(d_2)$ |                |                |                     |
|------------|---------------------|---------------------|----------------|----------------|---------------------|
|            |                     |                     | $P_{11} = 0.1$ | $P_{12} = 0.9$ |                     |
|            |                     |                     | $P_{21} = 0.3$ | $P_{22} = 0.7$ |                     |
| $t_0$      | 0                   | 1                   | 0.3            | 0.7            | $= \vec{x}P$        |
| $t_1$      | 0.3                 | 0.7                 | 0.24           | 0.76           | $= \vec{x}P^2$      |
| $t_2$      |                     |                     |                |                | $= \vec{x}P^3$      |
| $t_3$      |                     |                     |                |                | $= \vec{x}P^4$      |
|            |                     |                     |                |                | $\dots$             |
| $t_\infty$ |                     |                     |                |                | $= \vec{x}P^\infty$ |

$$P_t(d_1) = P_{t-1}(d_1) * P_{11} + P_{t-1}(d_2) * P_{21}$$

$$P_t(d_2) = P_{t-1}(d_1) * P_{12} + P_{t-1}(d_2) * P_{22}$$

# Calculando PageRank: método das potências

|            | $x_1$<br>$P_t(d_1)$ | $x_2$<br>$P_t(d_2)$ |                |                |                     |
|------------|---------------------|---------------------|----------------|----------------|---------------------|
|            |                     |                     | $P_{11} = 0.1$ | $P_{12} = 0.9$ |                     |
|            |                     |                     | $P_{21} = 0.3$ | $P_{22} = 0.7$ |                     |
| $t_0$      | 0                   | 1                   | 0.3            | 0.7            | $= \vec{x}P$        |
| $t_1$      | 0.3                 | 0.7                 | 0.24           | 0.76           | $= \vec{x}P^2$      |
| $t_2$      | 0.24                | 0.76                |                |                | $= \vec{x}P^3$      |
| $t_3$      |                     |                     |                |                | $= \vec{x}P^4$      |
|            |                     |                     |                |                | $\dots$             |
| $t_\infty$ |                     |                     |                |                | $= \vec{x}P^\infty$ |

$$P_t(d_1) = P_{t-1}(d_1) * P_{11} + P_{t-1}(d_2) * P_{21}$$

$$P_t(d_2) = P_{t-1}(d_1) * P_{12} + P_{t-1}(d_2) * P_{22}$$

# Calculando PageRank: método das potências

|            | $x_1$<br>$P_t(d_1)$ | $x_2$<br>$P_t(d_2)$ |                |                |                     |
|------------|---------------------|---------------------|----------------|----------------|---------------------|
|            |                     |                     | $P_{11} = 0.1$ | $P_{12} = 0.9$ |                     |
|            |                     |                     | $P_{21} = 0.3$ | $P_{22} = 0.7$ |                     |
| $t_0$      | 0                   | 1                   | 0.3            | 0.7            | $= \vec{x}P$        |
| $t_1$      | 0.3                 | 0.7                 | 0.24           | 0.76           | $= \vec{x}P^2$      |
| $t_2$      | 0.24                | 0.76                | 0.252          | 0.748          | $= \vec{x}P^3$      |
| $t_3$      |                     |                     |                |                | $= \vec{x}P^4$      |
|            |                     |                     |                |                | $\dots$             |
| $t_\infty$ |                     |                     |                |                | $= \vec{x}P^\infty$ |

$$P_t(d_1) = P_{t-1}(d_1) * P_{11} + P_{t-1}(d_2) * P_{21}$$

$$P_t(d_2) = P_{t-1}(d_1) * P_{12} + P_{t-1}(d_2) * P_{22}$$

# Calculando PageRank: método das potências

|            | $x_1$<br>$P_t(d_1)$ | $x_2$<br>$P_t(d_2)$ |                |                |                     |
|------------|---------------------|---------------------|----------------|----------------|---------------------|
|            |                     |                     | $P_{11} = 0.1$ | $P_{12} = 0.9$ |                     |
|            |                     |                     | $P_{21} = 0.3$ | $P_{22} = 0.7$ |                     |
| $t_0$      | 0                   | 1                   | 0.3            | 0.7            | $= \vec{x}P$        |
| $t_1$      | 0.3                 | 0.7                 | 0.24           | 0.76           | $= \vec{x}P^2$      |
| $t_2$      | 0.24                | 0.76                | 0.252          | 0.748          | $= \vec{x}P^3$      |
| $t_3$      | 0.252               | 0.748               |                |                | $= \vec{x}P^4$      |
|            |                     |                     |                |                | $\dots$             |
| $t_\infty$ |                     |                     |                |                | $= \vec{x}P^\infty$ |

$$P_t(d_1) = P_{t-1}(d_1) * P_{11} + P_{t-1}(d_2) * P_{21}$$

$$P_t(d_2) = P_{t-1}(d_1) * P_{12} + P_{t-1}(d_2) * P_{22}$$



# Calculando PageRank: método das potências

|            | $x_1$<br>$P_t(d_1)$ | $x_2$<br>$P_t(d_2)$ |                |                |                     |
|------------|---------------------|---------------------|----------------|----------------|---------------------|
|            |                     |                     | $P_{11} = 0.1$ | $P_{12} = 0.9$ |                     |
|            |                     |                     | $P_{21} = 0.3$ | $P_{22} = 0.7$ |                     |
| $t_0$      | 0                   | 1                   | 0.3            | 0.7            | $= \vec{x}P$        |
| $t_1$      | 0.3                 | 0.7                 | 0.24           | 0.76           | $= \vec{x}P^2$      |
| $t_2$      | 0.24                | 0.76                | 0.252          | 0.748          | $= \vec{x}P^3$      |
| $t_3$      | 0.252               | 0.748               | 0.2496         | 0.7504         | $= \vec{x}P^4$      |
|            |                     |                     |                |                | $\dots$             |
| $t_\infty$ |                     |                     |                |                | $= \vec{x}P^\infty$ |

$$P_t(d_1) = P_{t-1}(d_1) * P_{11} + P_{t-1}(d_2) * P_{21}$$

$$P_t(d_2) = P_{t-1}(d_1) * P_{12} + P_{t-1}(d_2) * P_{22}$$

# Calculando PageRank: método das potências

|            | $x_1$<br>$P_t(d_1)$ | $x_2$<br>$P_t(d_2)$ |                |                |                     |
|------------|---------------------|---------------------|----------------|----------------|---------------------|
|            |                     |                     | $P_{11} = 0.1$ | $P_{12} = 0.9$ |                     |
|            |                     |                     | $P_{21} = 0.3$ | $P_{22} = 0.7$ |                     |
| $t_0$      | 0                   | 1                   | 0.3            | 0.7            | $= \vec{x}P$        |
| $t_1$      | 0.3                 | 0.7                 | 0.24           | 0.76           | $= \vec{x}P^2$      |
| $t_2$      | 0.24                | 0.76                | 0.252          | 0.748          | $= \vec{x}P^3$      |
| $t_3$      | 0.252               | 0.748               | 0.2496         | 0.7504         | $= \vec{x}P^4$      |
|            |                     |                     | ...            |                | ...                 |
| $t_\infty$ |                     |                     |                |                | $= \vec{x}P^\infty$ |

$$P_t(d_1) = P_{t-1}(d_1) * P_{11} + P_{t-1}(d_2) * P_{21}$$

$$P_t(d_2) = P_{t-1}(d_1) * P_{12} + P_{t-1}(d_2) * P_{22}$$

# Calculando PageRank: método das potências

|            | $x_1$<br>$P_t(d_1)$ | $x_2$<br>$P_t(d_2)$ |                |                |                     |
|------------|---------------------|---------------------|----------------|----------------|---------------------|
|            |                     |                     | $P_{11} = 0.1$ | $P_{12} = 0.9$ |                     |
|            |                     |                     | $P_{21} = 0.3$ | $P_{22} = 0.7$ |                     |
| $t_0$      | 0                   | 1                   | 0.3            | 0.7            | $= \vec{x}P$        |
| $t_1$      | 0.3                 | 0.7                 | 0.24           | 0.76           | $= \vec{x}P^2$      |
| $t_2$      | 0.24                | 0.76                | 0.252          | 0.748          | $= \vec{x}P^3$      |
| $t_3$      | 0.252               | 0.748               | 0.2496         | 0.7504         | $= \vec{x}P^4$      |
|            |                     |                     |                | ...            | ...                 |
| $t_\infty$ | 0.25                | 0.75                |                |                | $= \vec{x}P^\infty$ |

$$P_t(d_1) = P_{t-1}(d_1) * P_{11} + P_{t-1}(d_2) * P_{21}$$

$$P_t(d_2) = P_{t-1}(d_1) * P_{12} + P_{t-1}(d_2) * P_{22}$$

# Calculando PageRank: método das potências

|            | $x_1$<br>$P_t(d_1)$ | $x_2$<br>$P_t(d_2)$ |                |                |                     |
|------------|---------------------|---------------------|----------------|----------------|---------------------|
|            |                     |                     | $P_{11} = 0.1$ | $P_{12} = 0.9$ |                     |
|            |                     |                     | $P_{21} = 0.3$ | $P_{22} = 0.7$ |                     |
| $t_0$      | 0                   | 1                   | 0.3            | 0.7            | $= \vec{x}P$        |
| $t_1$      | 0.3                 | 0.7                 | 0.24           | 0.76           | $= \vec{x}P^2$      |
| $t_2$      | 0.24                | 0.76                | 0.252          | 0.748          | $= \vec{x}P^3$      |
| $t_3$      | 0.252               | 0.748               | 0.2496         | 0.7504         | $= \vec{x}P^4$      |
|            |                     |                     |                | ...            | ...                 |
| $t_\infty$ | 0.25                | 0.75                | 0.25           | 0.75           | $= \vec{x}P^\infty$ |

$$P_t(d_1) = P_{t-1}(d_1) * P_{11} + P_{t-1}(d_2) * P_{21}$$

$$P_t(d_2) = P_{t-1}(d_1) * P_{12} + P_{t-1}(d_2) * P_{22}$$

# Calculando PageRank: método das potências

|            | $x_1$<br>$P_t(d_1)$ | $x_2$<br>$P_t(d_2)$ |                |                |                     |
|------------|---------------------|---------------------|----------------|----------------|---------------------|
|            |                     |                     | $P_{11} = 0.1$ | $P_{12} = 0.9$ |                     |
|            |                     |                     | $P_{21} = 0.3$ | $P_{22} = 0.7$ |                     |
| $t_0$      | 0                   | 1                   | 0.3            | 0.7            | $= \vec{x}P$        |
| $t_1$      | 0.3                 | 0.7                 | 0.24           | 0.76           | $= \vec{x}P^2$      |
| $t_2$      | 0.24                | 0.76                | 0.252          | 0.748          | $= \vec{x}P^3$      |
| $t_3$      | 0.252               | 0.748               | 0.2496         | 0.7504         | $= \vec{x}P^4$      |
|            |                     |                     |                | ...            | ...                 |
| $t_\infty$ | 0.25                | 0.75                | 0.25           | 0.75           | $= \vec{x}P^\infty$ |

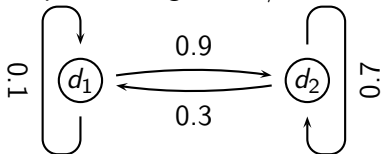
Vetor PageRank =  $\vec{\pi} = (\pi_1, \pi_2) = (0.25, 0.75)$

$$P_t(d_1) = P_{t-1}(d_1) * P_{11} + P_{t-1}(d_2) * P_{21}$$

$$P_t(d_2) = P_{t-1}(d_1) * P_{12} + P_{t-1}(d_2) * P_{22}$$

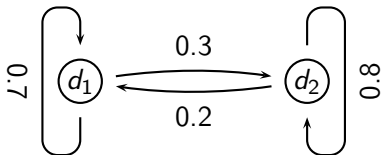
## Exemplo: método da potência

- O que é o PageRank / estado estável neste exemplo?



- A distribuição de estado estável (= os PageRanks) nesse exemplo são 0.25 para  $d_1$  e 0.75 para  $d_2$ .

# Exercício: calcular o PageRank usando o método das potências



# Solução

|            | $x_1$<br>$P_t(d_1)$ | $x_2$<br>$P_t(d_2)$  |
|------------|---------------------|--|
|            |                     | $P_{11} = 0.7$ $P_{12} = 0.3$<br>$P_{21} = 0.2$ $P_{22} = 0.8$ |
| $t_0$      |                     |  |
| $t_1$      |                     |  |
| $t_2$      |                     |  |
| $t_3$      |                     |  |
| $t_\infty$ |                     |  |

Vetor PageRank =  $\vec{\pi} = (\pi_1, \pi_2) = (0.4, 0.6)$

$$P_t(d_1) = P_{t-1}(d_1) * P_{11} + P_{t-1}(d_2) * P_{21}$$

$$P_t(d_2) = P_{t-1}(d_1) * P_{12} + P_{t-1}(d_2) * P_{22}$$



# Solução

|            | $x_1$<br>$P_t(d_1)$ | $x_2$<br>$P_t(d_2)$ |  |
|------------|---------------------|---------------------|--|
|            |                     |                     | $P_{11} = 0.7$ $P_{12} = 0.3$<br>$P_{21} = 0.2$ $P_{22} = 0.8$ |
| $t_0$      | 0                   | 1                   |  |
| $t_1$      |                     |                     |  |
| $t_2$      |                     |                     |  |
| $t_3$      |                     |                     |  |
| $t_\infty$ |                     |                     |  |

Vetor PageRank =  $\vec{\pi} = (\pi_1, \pi_2) = (0.4, 0.6)$

$$P_t(d_1) = P_{t-1}(d_1) * P_{11} + P_{t-1}(d_2) * P_{21}$$

$$P_t(d_2) = P_{t-1}(d_1) * P_{12} + P_{t-1}(d_2) * P_{22}$$

# Solução

|            | $x_1$<br>$P_t(d_1)$ | $x_2$<br>$P_t(d_2)$ |                |                |
|------------|---------------------|---------------------|----------------|----------------|
|            |                     |                     | $P_{11} = 0.7$ | $P_{12} = 0.3$ |
|            |                     |                     | $P_{21} = 0.2$ | $P_{22} = 0.8$ |
| $t_0$      | 0                   | 1                   | 0.2            | 0.8            |
| $t_1$      |                     |                     |                |                |
| $t_2$      |                     |                     |                |                |
| $t_3$      |                     |                     |                |                |
| $t_\infty$ |                     |                     |                |                |

Vetor PageRank =  $\vec{\pi} = (\pi_1, \pi_2) = (0.4, 0.6)$

$$P_t(d_1) = P_{t-1}(d_1) * P_{11} + P_{t-1}(d_2) * P_{21}$$

$$P_t(d_2) = P_{t-1}(d_1) * P_{12} + P_{t-1}(d_2) * P_{22}$$

# Solução

|            | $x_1$<br>$P_t(d_1)$ | $x_2$<br>$P_t(d_2)$ |                |                |
|------------|---------------------|---------------------|----------------|----------------|
|            |                     |                     | $P_{11} = 0.7$ | $P_{12} = 0.3$ |
|            |                     |                     | $P_{21} = 0.2$ | $P_{22} = 0.8$ |
| $t_0$      | 0                   | 1                   | 0.2            | 0.8            |
| $t_1$      | 0.2                 | 0.8                 |                |                |
| $t_2$      |                     |                     |                |                |
| $t_3$      |                     |                     |                |                |
| $t_\infty$ |                     |                     |                |                |

Vetor PageRank =  $\vec{\pi} = (\pi_1, \pi_2) = (0.4, 0.6)$

$$P_t(d_1) = P_{t-1}(d_1) * P_{11} + P_{t-1}(d_2) * P_{21}$$

$$P_t(d_2) = P_{t-1}(d_1) * P_{12} + P_{t-1}(d_2) * P_{22}$$

# Solução

|            | $x_1$<br>$P_t(d_1)$ | $x_2$<br>$P_t(d_2)$ |                |                |
|------------|---------------------|---------------------|----------------|----------------|
|            |                     |                     | $P_{11} = 0.7$ | $P_{12} = 0.3$ |
|            |                     |                     | $P_{21} = 0.2$ | $P_{22} = 0.8$ |
| $t_0$      | 0                   | 1                   | 0.2            | 0.8            |
| $t_1$      | 0.2                 | 0.8                 | 0.3            | 0.7            |
| $t_2$      |                     |                     |                |                |
| $t_3$      |                     |                     |                |                |
| $t_\infty$ |                     |                     |                |                |

Vetor PageRank =  $\vec{\pi} = (\pi_1, \pi_2) = (0.4, 0.6)$

$$P_t(d_1) = P_{t-1}(d_1) * P_{11} + P_{t-1}(d_2) * P_{21}$$

$$P_t(d_2) = P_{t-1}(d_1) * P_{12} + P_{t-1}(d_2) * P_{22}$$

# Solução

|            | $x_1$<br>$P_t(d_1)$ | $x_2$<br>$P_t(d_2)$ |                |                |
|------------|---------------------|---------------------|----------------|----------------|
|            |                     |                     | $P_{11} = 0.7$ | $P_{12} = 0.3$ |
|            |                     |                     | $P_{21} = 0.2$ | $P_{22} = 0.8$ |
| $t_0$      | 0                   | 1                   | 0.2            | 0.8            |
| $t_1$      | 0.2                 | 0.8                 | 0.3            | 0.7            |
| $t_2$      | 0.3                 | 0.7                 |                |                |
| $t_3$      |                     |                     |                |                |
| $t_\infty$ |                     |                     |                |                |

Vetor PageRank =  $\vec{\pi} = (\pi_1, \pi_2) = (0.4, 0.6)$

$$P_t(d_1) = P_{t-1}(d_1) * P_{11} + P_{t-1}(d_2) * P_{21}$$

$$P_t(d_2) = P_{t-1}(d_1) * P_{12} + P_{t-1}(d_2) * P_{22}$$

# Solução

|            | $x_1$<br>$P_t(d_1)$ | $x_2$<br>$P_t(d_2)$ |                |                |
|------------|---------------------|---------------------|----------------|----------------|
|            |                     |                     | $P_{11} = 0.7$ | $P_{12} = 0.3$ |
|            |                     |                     | $P_{21} = 0.2$ | $P_{22} = 0.8$ |
| $t_0$      | 0                   | 1                   | 0.2            | 0.8            |
| $t_1$      | 0.2                 | 0.8                 | 0.3            | 0.7            |
| $t_2$      | 0.3                 | 0.7                 | 0.35           | 0.65           |
| $t_3$      |                     |                     |                |                |
| $t_\infty$ |                     |                     |                |                |

Vetor PageRank =  $\vec{\pi} = (\pi_1, \pi_2) = (0.4, 0.6)$

$$P_t(d_1) = P_{t-1}(d_1) * P_{11} + P_{t-1}(d_2) * P_{21}$$

$$P_t(d_2) = P_{t-1}(d_1) * P_{12} + P_{t-1}(d_2) * P_{22}$$

# Solução

|            | $x_1$<br>$P_t(d_1)$ | $x_2$<br>$P_t(d_2)$ |                |                |
|------------|---------------------|---------------------|----------------|----------------|
|            |                     |                     | $P_{11} = 0.7$ | $P_{12} = 0.3$ |
|            |                     |                     | $P_{21} = 0.2$ | $P_{22} = 0.8$ |
| $t_0$      | 0                   | 1                   | 0.2            | 0.8            |
| $t_1$      | 0.2                 | 0.8                 | 0.3            | 0.7            |
| $t_2$      | 0.3                 | 0.7                 | 0.35           | 0.65           |
| $t_3$      | 0.35                | 0.65                |                |                |
| $t_\infty$ |                     |                     |                |                |

Vetor PageRank =  $\vec{\pi} = (\pi_1, \pi_2) = (0.4, 0.6)$

$$P_t(d_1) = P_{t-1}(d_1) * P_{11} + P_{t-1}(d_2) * P_{21}$$

$$P_t(d_2) = P_{t-1}(d_1) * P_{12} + P_{t-1}(d_2) * P_{22}$$

# Solução

|            | $x_1$<br>$P_t(d_1)$ | $x_2$<br>$P_t(d_2)$ |                |                |
|------------|---------------------|---------------------|----------------|----------------|
|            |                     |                     | $P_{11} = 0.7$ | $P_{12} = 0.3$ |
|            |                     |                     | $P_{21} = 0.2$ | $P_{22} = 0.8$ |
| $t_0$      | 0                   | 1                   | 0.2            | 0.8            |
| $t_1$      | 0.2                 | 0.8                 | 0.3            | 0.7            |
| $t_2$      | 0.3                 | 0.7                 | 0.35           | 0.65           |
| $t_3$      | 0.35                | 0.65                | 0.375          | 0.625          |
| $t_\infty$ |                     |                     |                |                |

Vetor PageRank =  $\vec{\pi} = (\pi_1, \pi_2) = (0.4, 0.6)$

$$P_t(d_1) = P_{t-1}(d_1) * P_{11} + P_{t-1}(d_2) * P_{21}$$

$$P_t(d_2) = P_{t-1}(d_1) * P_{12} + P_{t-1}(d_2) * P_{22}$$



# Solução

|            | $x_1$<br>$P_t(d_1)$ | $x_2$<br>$P_t(d_2)$ |                |                |
|------------|---------------------|---------------------|----------------|----------------|
|            |                     |                     | $P_{11} = 0.7$ | $P_{12} = 0.3$ |
|            |                     |                     | $P_{21} = 0.2$ | $P_{22} = 0.8$ |
| $t_0$      | 0                   | 1                   | 0.2            | 0.8            |
| $t_1$      | 0.2                 | 0.8                 | 0.3            | 0.7            |
| $t_2$      | 0.3                 | 0.7                 | 0.35           | 0.65           |
| $t_3$      | 0.35                | 0.65                | 0.375          | 0.625          |
|            |                     |                     | ...            |                |
| $t_\infty$ |                     |                     |                |                |

Vetor PageRank =  $\vec{\pi} = (\pi_1, \pi_2) = (0.4, 0.6)$

$$P_t(d_1) = P_{t-1}(d_1) * P_{11} + P_{t-1}(d_2) * P_{21}$$

$$P_t(d_2) = P_{t-1}(d_1) * P_{12} + P_{t-1}(d_2) * P_{22}$$

# Solução

|            | $x_1$<br>$P_t(d_1)$ | $x_2$<br>$P_t(d_2)$ |                |                |
|------------|---------------------|---------------------|----------------|----------------|
|            |                     |                     | $P_{11} = 0.7$ | $P_{12} = 0.3$ |
|            |                     |                     | $P_{21} = 0.2$ | $P_{22} = 0.8$ |
| $t_0$      | 0                   | 1                   | 0.2            | 0.8            |
| $t_1$      | 0.2                 | 0.8                 | 0.3            | 0.7            |
| $t_2$      | 0.3                 | 0.7                 | 0.35           | 0.65           |
| $t_3$      | 0.35                | 0.65                | 0.375          | 0.625          |
|            |                     |                     | ...            |                |
| $t_\infty$ | 0.4                 | 0.6                 |                |                |

Vetor PageRank =  $\vec{\pi} = (\pi_1, \pi_2) = (0.4, 0.6)$

$$P_t(d_1) = P_{t-1}(d_1) * P_{11} + P_{t-1}(d_2) * P_{21}$$

$$P_t(d_2) = P_{t-1}(d_1) * P_{12} + P_{t-1}(d_2) * P_{22}$$

# Solução

|            | $x_1$<br>$P_t(d_1)$ | $x_2$<br>$P_t(d_2)$ |                |                |
|------------|---------------------|---------------------|----------------|----------------|
|            |                     |                     | $P_{11} = 0.7$ | $P_{12} = 0.3$ |
|            |                     |                     | $P_{21} = 0.2$ | $P_{22} = 0.8$ |
| $t_0$      | 0                   | 1                   | 0.2            | 0.8            |
| $t_1$      | 0.2                 | 0.8                 | 0.3            | 0.7            |
| $t_2$      | 0.3                 | 0.7                 | 0.35           | 0.65           |
| $t_3$      | 0.35                | 0.65                | 0.375          | 0.625          |
|            |                     |                     |                | ...            |
| $t_\infty$ | 0.4                 | 0.6                 | 0.4            | 0.6            |

Vetor PageRank =  $\vec{\pi} = (\pi_1, \pi_2) = (0.4, 0.6)$

$$P_t(d_1) = P_{t-1}(d_1) * P_{11} + P_{t-1}(d_2) * P_{21}$$

$$P_t(d_2) = P_{t-1}(d_1) * P_{12} + P_{t-1}(d_2) * P_{22}$$

# PageRank: resumo

- Preprocessamento

# PageRank: resumo

- Preprocessamento
  - Dado um grafo de links, construir matriz  $P$

# PageRank: resumo

- Preprocessamento
  - Dado um grafo de links, construir matriz  $P$
  - Aplicar teletransporte

# PageRank: resumo

- Preprocessamento
  - Dado um grafo de links, construir matriz  $P$
  - Aplicar teletransporte
  - A partir da matriz modificada, calcular  $\vec{\pi}$

# PageRank: resumo

- Preprocessamento
  - Dado um grafo de links, construir matriz  $P$
  - Aplicar teletransporte
  - A partir da matriz modificada, calcular  $\vec{\pi}$
  - $\pi_i$  é o PageRank da página  $i$ .



# PageRank: resumo

- Preprocessamento
  - Dado um grafo de links, construir matriz  $P$
  - Aplicar teletransporte
  - A partir da matriz modificada, calcular  $\vec{\pi}$
  - $\pi_i$  é o PageRank da página  $i$ .
- Processamento da consulta

# PageRank: resumo

- Preprocessamento
  - Dado um grafo de links, construir matriz  $P$
  - Aplicar teletransporte
  - A partir da matriz modificada, calcular  $\vec{\pi}$
  - $\pi_i$  é o PageRank da página  $i$ .
- Processamento da consulta
  - Recuperar páginas satisfazendo a consulta

# PageRank: resumo

- Preprocessamento
  - Dado um grafo de links, construir matriz  $P$
  - Aplicar teletransporte
  - A partir da matriz modificada, calcular  $\vec{\pi}$
  - $\pi_i$  é o PageRank da página  $i$ .
- Processamento da consulta
  - Recuperar páginas satisfazendo a consulta
  - Ranquear usando o PageRank

# PageRank: resumo

- Preprocessamento
  - Dado um grafo de links, construir matriz  $P$
  - Aplicar teletransporte
  - A partir da matriz modificada, calcular  $\vec{\pi}$
  - $\pi_i$  é o PageRank da página  $i$ .
- Processamento da consulta
  - Recuperar páginas satisfazendo a consulta
  - Rankear usando o PageRank
  - Retornar lista rerankeada para o usuário

# Problemas com PageRank

- Usuários reais não são aleatórios

# Problemas com PageRank

- Usuários reais não são aleatórios
  - Exemplos de navegação não-aleatória: botão voltar, favoritos, diretórios – e buscadores

# Problemas com PageRank

- Usuários reais não são aleatórios
  - Exemplos de navegação não-aleatória: botão voltar, favoritos, diretórios – e buscadores
  - → Modelo de Markov não é um bom modelo de navegação na web

# Problemas com PageRank

- Usuários reais não são aleatórios
  - Exemplos de navegação não-aleatória: botão voltar, favoritos, diretórios – e buscadores
  - → Modelo de Markov não é um bom modelo de navegação na web
  - Mas é bom suficiente para nossos interesses



# Problemas com PageRank

- Usuários reais não são aleatórios
  - Exemplos de navegação não-aleatória: botão voltar, favoritos, diretórios – e buscadores
  - → Modelo de Markov não é um bom modelo de navegação na web
  - Mas é bom suficiente para nossos interesses
- Ranking PageRank (como descrito anteriormente) pode produzir resultados ruins para muitas páginas

# Problemas com PageRank

- Usuários reais não são aleatórios
  - Exemplos de navegação não-aleatória: botão voltar, favoritos, diretórios – e buscadores
  - → Modelo de Markov não é um bom modelo de navegação na web
  - Mas é bom suficiente para nossos interesses
- Ranking PageRank (como descrito anteriormente) pode produzir resultados ruins para muitas páginas
  - Considere a consulta [serviço vídeo]

# Problemas com PageRank

- Usuários reais não são aleatórios
  - Exemplos de navegação não-aleatória: botão voltar, favoritos, diretórios – e buscadores
  - → Modelo de Markov não é um bom modelo de navegação na web
  - Mas é bom suficiente para nossos interesses
- Ranking PageRank (como descrito anteriormente) pode produzir resultados ruins para muitas páginas
  - Considere a consulta [serviço vídeo]
  - A home page Yahoo (i) tem PageRank alto e (ii) contém ambos *vídeo* e *serviço*.

# Problemas com PageRank

- Usuários reais não são aleatórios
  - Exemplos de navegação não-aleatória: botão voltar, favoritos, diretórios – e buscadores
  - → Modelo de Markov não é um bom modelo de navegação na web
  - Mas é bom suficiente para nossos interesses
- Ranking PageRank (como descrito anteriormente) pode produzir resultados ruins para muitas páginas
  - Considere a consulta [serviço vídeo]
  - A home page Yahoo (i) tem PageRank alto e (ii) contém ambos *vídeo* e *serviço*.
  - Se rankeamos os resultados Booleanos de acordo com o PageRank, então o Yahoo seria o melhor ranking

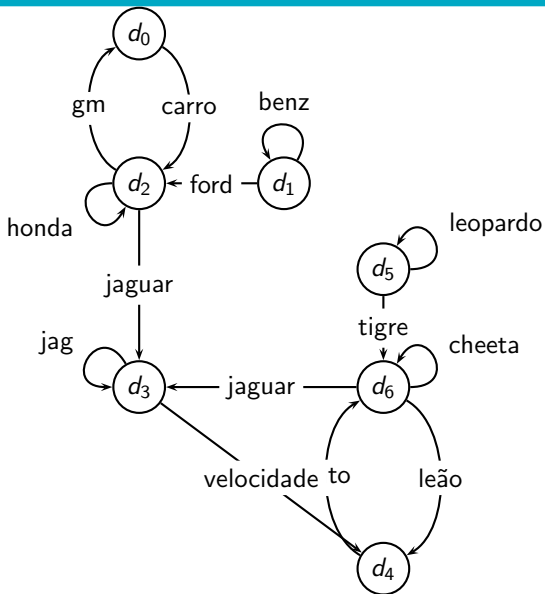
# Problemas com PageRank

- Usuários reais não são aleatórios
  - Exemplos de navegação não-aleatória: botão voltar, favoritos, diretórios – e buscadores
  - → Modelo de Markov não é um bom modelo de navegação na web
  - Mas é bom suficiente para nossos interesses
- Ranking PageRank (como descrito anteriormente) pode produzir resultados ruins para muitas páginas
  - Considere a consulta [serviço vídeo]
  - A home page Yahoo (i) tem PageRank alto e (ii) contém ambos *vídeo* e *serviço*.
  - Se rankeamos os resultados Booleanos de acordo com o PageRank, então o Yahoo seria o melhor ranking
  - Não desejável

# Problemas com PageRank

- Usuários reais não são aleatórios
  - Exemplos de navegação não-aleatória: botão voltar, favoritos, diretórios – e buscadores
  - → Modelo de Markov não é um bom modelo de navegação na web
  - Mas é bom suficiente para nossos interesses
- Ranking PageRank (como descrito anteriormente) pode produzir resultados ruins para muitas páginas
  - Considere a consulta [serviço vídeo]
  - A home page Yahoo (i) tem PageRank alto e (ii) contém ambos *vídeo* e *serviço*.
  - Se rankeamos os resultados Booleanos de acordo com o PageRank, então o Yahoo seria o melhor ranking
  - Não desejável
- Na prática: ranquear de acordo com a combinação ponderada da comparação do texto do documento, do texto âncora, do PageRank e outros fatores

# Exemplo grafo web



# Matriz de probabilidades de transição

|       | $d_0$ | $d_1$ | $d_2$ | $d_3$ | $d_4$ | $d_5$ | $d_6$ |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $d_0$ | 0.00  | 0.00  | 1.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  |
| $d_1$ | 0.00  | 0.50  | 0.50  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  |
| $d_2$ | 0.33  | 0.00  | 0.33  | 0.33  | 0.00  | 0.00  | 0.00  |
| $d_3$ | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.50  | 0.50  | 0.00  | 0.00  |
| $d_4$ | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 1.00  |
| $d_5$ | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.50  | 0.50  |
| $d_6$ | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.33  | 0.33  | 0.00  | 0.33  |



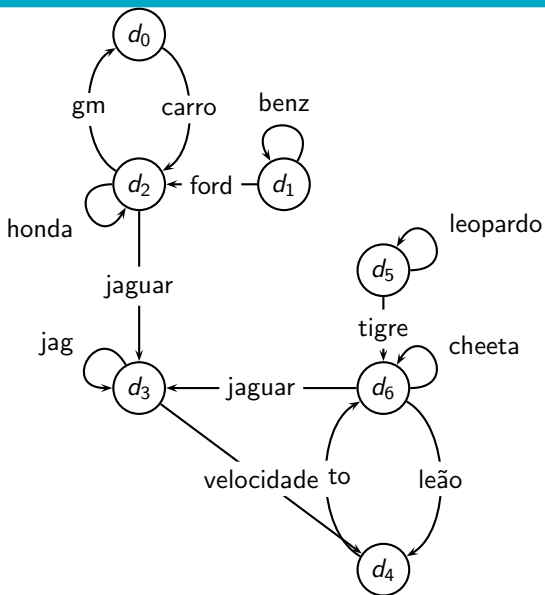
# Matriz de transição com teletransporte

|       | $d_0$ | $d_1$ | $d_2$ | $d_3$ | $d_4$ | $d_5$ | $d_6$ |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $d_0$ | 0.02  | 0.02  | 0.88  | 0.02  | 0.02  | 0.02  | 0.02  |
| $d_1$ | 0.02  | 0.45  | 0.45  | 0.02  | 0.02  | 0.02  | 0.02  |
| $d_2$ | 0.31  | 0.02  | 0.31  | 0.31  | 0.02  | 0.02  | 0.02  |
| $d_3$ | 0.02  | 0.02  | 0.02  | 0.45  | 0.45  | 0.02  | 0.02  |
| $d_4$ | 0.02  | 0.02  | 0.02  | 0.02  | 0.02  | 0.02  | 0.88  |
| $d_5$ | 0.02  | 0.02  | 0.02  | 0.02  | 0.02  | 0.45  | 0.45  |
| $d_6$ | 0.02  | 0.02  | 0.02  | 0.31  | 0.31  | 0.02  | 0.31  |

# Vetores do método de potências $\vec{x}P^k$

|       | $\vec{x}$ | $\vec{x}P^1$ | $\vec{x}P^2$ | $\vec{x}P^3$ | $\vec{x}P^4$ | $\vec{x}P^5$ | $\vec{x}P^6$ | $\vec{x}P^7$ | $\vec{x}P^8$ | $\vec{x}P^9$ | $\vec{x}P^{10}$ | $\vec{x}P^{11}$ | $\vec{x}P^{12}$ | $\vec{x}P^{13}$ |
|-------|-----------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| $d_0$ | 0.14      | 0.06         | 0.09         | 0.07         | 0.07         | 0.06         | 0.06         | 0.06         | 0.06         | 0.05         | 0.05            | 0.05            | 0.05            | 0.05            |
| $d_1$ | 0.14      | 0.08         | 0.06         | 0.04         | 0.04         | 0.04         | 0.04         | 0.04         | 0.04         | 0.04         | 0.04            | 0.04            | 0.04            | 0.04            |
| $d_2$ | 0.14      | 0.25         | 0.18         | 0.17         | 0.15         | 0.14         | 0.13         | 0.12         | 0.12         | 0.12         | 0.12            | 0.11            | 0.11            | 0.11            |
| $d_3$ | 0.14      | 0.16         | 0.23         | 0.24         | 0.24         | 0.24         | 0.24         | 0.25         | 0.25         | 0.25         | 0.25            | 0.25            | 0.25            | 0.25            |
| $d_4$ | 0.14      | 0.12         | 0.16         | 0.19         | 0.19         | 0.20         | 0.21         | 0.21         | 0.21         | 0.21         | 0.21            | 0.21            | 0.21            | 0.21            |
| $d_5$ | 0.14      | 0.08         | 0.06         | 0.04         | 0.04         | 0.04         | 0.04         | 0.04         | 0.04         | 0.04         | 0.04            | 0.04            | 0.04            | 0.04            |
| $d_6$ | 0.14      | 0.25         | 0.23         | 0.25         | 0.27         | 0.28         | 0.29         | 0.29         | 0.30         | 0.30         | 0.30            | 0.30            | 0.31            | 0.31            |

# Exemplo grafo web



|       | PageRank |
|-------|----------|
| $d_0$ | 0.05     |
| $d_1$ | 0.04     |
| $d_2$ | 0.11     |
| $d_3$ | 0.25     |
| $d_4$ | 0.21     |
| $d_5$ | 0.04     |
| $d_6$ | 0.31     |

$\text{PageRank}(d_2) <$   
 $\text{PageRank}(d_6)$ :  
 porquê?

# Importância do PageRank

- Alegação frequente: PageRank é o componente mais importante do ranking de páginas na web

# Importância do PageRank

- Alegação frequente: PageRank é o componente mais importante do ranking de páginas na web
- A realidade:

# Importância do PageRank

- Alegação frequente: PageRank é o componente mais importante do ranking de páginas na web
- A realidade:
  - Há vários componentes que são pelo menos tão importantes: e.g., texto âncora, expressões, proximidade, índices em camadas . . .

# Importância do PageRank

- Alegação frequente: PageRank é o componente mais importante do ranking de páginas na web
- A realidade:
  - Há vários componentes que são pelo menos tão importantes: e.g., texto âncora, expressões, proximidade, índices em camadas . . .
  - Diz-se que o PageRank no formato original (como mostrado aqui) hoje tem um impacto baixo no ranking

# Importância do PageRank

- Alegação frequente: PageRank é o componente mais importante do ranking de páginas na web
- A realidade:
  - Há vários componentes que são pelo menos tão importantes: e.g., texto âncora, expressões, proximidade, índices em camadas . . .
  - Diz-se que o PageRank no formato original (como mostrado aqui) hoje tem um impacto baixo no ranking
  - Porém, variantes do PageRank são ainda essenciais para a recuperação de páginas web



# Importância do PageRank

- Alegação frequente: PageRank é o componente mais importante do ranking de páginas na web
- A realidade:
  - Há vários componentes que são pelo menos tão importantes: e.g., texto âncora, expressões, proximidade, índices em camadas . . .
  - Diz-se que o PageRank no formato original (como mostrado aqui) hoje tem um impacto baixo no ranking
  - Porém, variantes do PageRank são ainda essenciais para a recuperação de páginas web
  - Lutar contra spam baseado em links é difícil e crucial

# Conteúdo

- 1 Texto âncora
- 2 Análise de citação
- 3 PageRank
- 4 HITS: Hubs & Authorities - Centros e autoridades

# HITS – Hyperlink-Induced Topic Search

- Premissa: dois tipos de relevância na web

# HITS – Hyperlink-Induced Topic Search

- Premissa: dois tipos de relevância na web
- Tipo 1: **Hubs**. Uma página hub é uma boa lista de [links para páginas adequadas à necessidade de informação].

# HITS – Hyperlink-Induced Topic Search

- Premissa: dois tipos de relevância na web
- Tipo 1: **Hubs**. Uma página hub é uma boa lista de [links para páginas adequadas à necessidade de informação].
  - E.g., para a consulta [chicago bulls]: a lista do Bob de fontes recomendadas sobre o time Chicago Bulls

# HITS – Hyperlink-Induced Topic Search

- Premissa: dois tipos de relevância na web
- Tipo 1: **Hubs**. Uma página hub é uma boa lista de [links para páginas adequadas à necessidade de informação].
  - E.g., para a consulta [chicago bulls]: a lista do Bob de fontes recomendadas sobre o time Chicago Bulls
- Tipo 2: **Autoridades**. Uma página de autoridade é uma resposta direta à necessidade de informação

# HITS – Hyperlink-Induced Topic Search

- Premissa: dois tipos de relevância na web
- Tipo 1: **Hubs**. Uma página hub é uma boa lista de [links para páginas adequadas à necessidade de informação].
  - E.g., para a consulta [chicago bulls]: a lista do Bob de fontes recomendadas sobre o time Chicago Bulls
- Tipo 2: **Autoridades**. Uma página de autoridade é uma resposta direta à necessidade de informação
  - A home page do Chicago Bulls

# HITS – Hyperlink-Induced Topic Search

- Premissa: dois tipos de relevância na web
- Tipo 1: **Hubs**. Uma página hub é uma boa lista de [links para páginas adequadas à necessidade de informação].
  - E.g., para a consulta [chicago bulls]: a lista do Bob de fontes recomendadas sobre o time Chicago Bulls
- Tipo 2: **Autoridades**. Uma página de autoridade é uma resposta direta à necessidade de informação
  - A home page do Chicago Bulls
  - Por definição: links para páginas de autoridade ocorrem nas páginas hubs



# HITS – Hyperlink-Induced Topic Search

- Premissa: dois tipos de relevância na web
- Tipo 1: **Hubs**. Uma página hub é uma boa lista de [links para páginas adequadas à necessidade de informação].
  - E.g., para a consulta [chicago bulls]: a lista do Bob de fontes recomendadas sobre o time Chicago Bulls
- Tipo 2: **Autoridades**. Uma página de autoridade é uma resposta direta à necessidade de informação
  - A home page do Chicago Bulls
  - Por definição: links para páginas de autoridade ocorrem nas páginas hubs
- Maior parte das abordagens para busca (incluindo o ranking PageRank) não fazem distinção dos dois tipos de relevância

# Hubs e autoridades: Definição

- Uma boa página hub para um tópico [linka](#) para muitas páginas de autoridade para aquele tópico

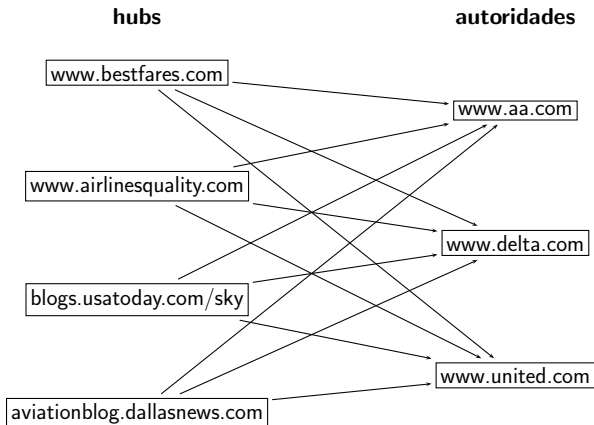
# Hubs e autoridades: Definição

- Uma boa página hub para um tópico **linka** para muitas páginas de autoridade para aquele tópico
- Uma boa página de autoridade para um tópico **é linkado por** muitas páginas hub para aquele tópico

# Hubs e autoridades: Definição

- Uma boa página hub para um tópico **linka** para muitas páginas de autoridade para aquele tópico
- Uma boa página de autoridade para um tópico **é linkado por** muitas páginas hub para aquele tópico
- Definição Circular – transformaremos isso em um cálculo iterativo

# Exemplo de hubs e autoridades



# Como calcular pontuação de páginas de hubs e de autoridades

- Fazer uma busca web normal

# Como calcular pontuação de páginas de hubs e de autoridades

- Fazer uma busca web normal
- Chamar o resultado de **conjunto raiz**

# Como calcular pontuação de páginas de hubs e de autoridades

- Fazer uma busca web normal
- Chamar o resultado de **conjunto raiz**
- Encontrar todas as páginas que são linkadas para essas páginas



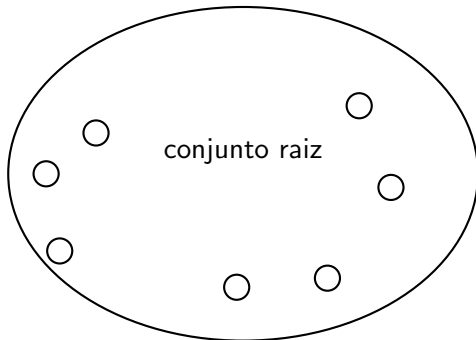
# Como calcular pontuação de páginas de hubs e de autoridades

- Fazer uma busca web normal
- Chamar o resultado de **conjunto raiz**
- Encontrar todas as páginas que são linkadas para essas páginas
- Chamar esse resultado mais amplo de **conjunto base**

# Como calcular pontuação de páginas de hubs e de autoridades

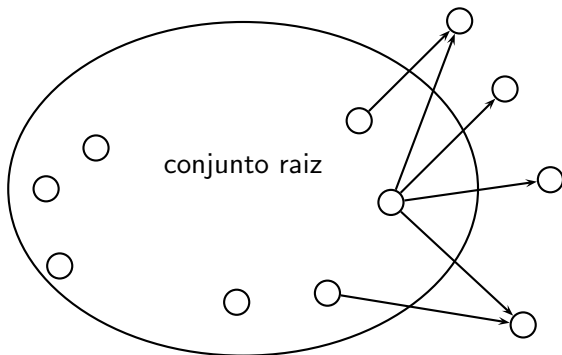
- Fazer uma busca web normal
- Chamar o resultado de **conjunto raiz**
- Encontrar todas as páginas que são linkadas para essas páginas
- Chamar esse resultado mais amplo de **conjunto base**
- Finalmente, calcular hubs e autoridades do conjunto base, o qual veremos como um pequeno grafo web

# Conjunto raiz e conjunto base (1)



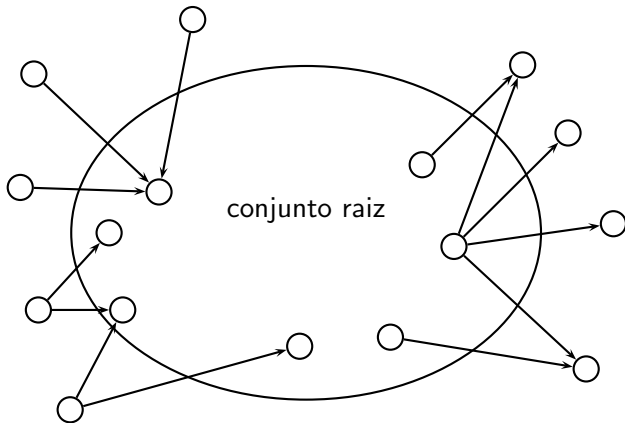
O conjunto raiz

# Conjunto raiz e conjunto base (1)



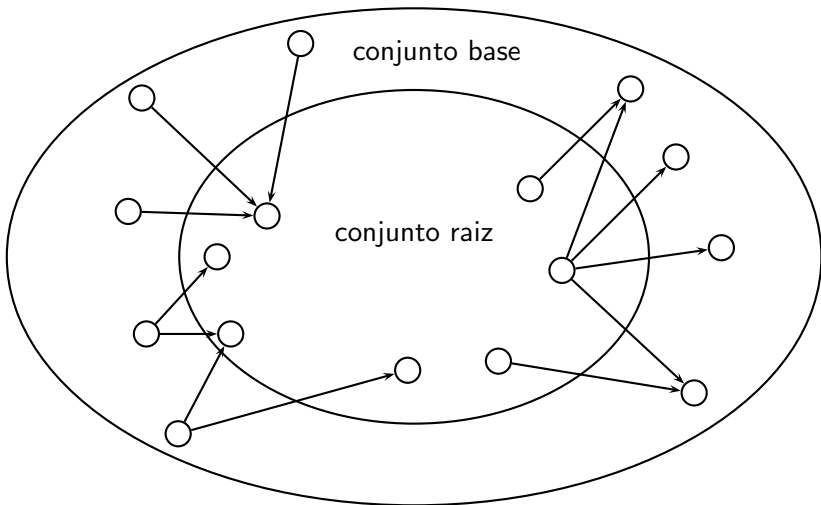
Nós para os quais os nós do conjunto raiz nodes linkam

# Conjunto raiz e conjunto base (1)



Nós que linkam para os nós do conjunto raiz

# Conjunto raiz e conjunto base (1)



O conjunto base

## Conjunto raiz e conjunto base (2)

- Conjunto raiz tipicamente tem 200–1000 nós

## Conjunto raiz e conjunto base (2)

- Conjunto raiz tipicamente tem 200–1000 nós
- Conjunto base pode ter até 5000 nós



## Conjunto raiz e conjunto base (2)

- Conjunto raiz tipicamente tem 200–1000 nós
- Conjunto base pode ter até 5000 nós
- Cálculo do conjunto base, como mostrado antes:

## Conjunto raiz e conjunto base (2)

- Conjunto raiz tipicamente tem 200–1000 nós
- Conjunto base pode ter até 5000 nós
- Cálculo do conjunto base, como mostrado antes:
  - Seguir outlinks processando as páginas no conjunto raiz

## Conjunto raiz e conjunto base (2)

- Conjunto raiz tipicamente tem 200–1000 nós
- Conjunto base pode ter até 5000 nós
- Cálculo do conjunto base, como mostrado antes:
  - Seguir outlinks processando as páginas no conjunto raiz
  - Encontrar os inlinks de  $d$  ao buscar por todas as páginas contendo um link para  $d$

## Conjunto raiz e conjunto base (2)

- Conjunto raiz tipicamente tem 200–1000 nós
- Conjunto base pode ter até 5000 nós
- Cálculo do conjunto base, como mostrado antes:
  - Seguir outlinks processando as páginas no conjunto raiz
  - Encontrar os inlinks de  $d$  ao buscar por todas as páginas contendo um link para  $d$
  - Assume existencia de índice que suporta busca por links

# Pontuação de Hub e autoridade

- Calcular para cada página  $d$  no conjunto base uma **pontuação hub**  $h(d)$  e uma **pontuação autoridade**  $a(d)$

# Pontuação de Hub e autoridade

- Calcular para cada página  $d$  no conjunto base uma **pontuação hub**  $h(d)$  e uma **pontuação autoridade**  $a(d)$
- Inicialização: para todos  $d$ :  $h(d) = 1$ ,  $a(d) = 1$

# Pontuação de Hub e autoridade

- Calcular para cada página  $d$  no conjunto base uma **pontuação hub**  $h(d)$  e uma **pontuação autoridade**  $a(d)$
- Inicialização: para todos  $d$ :  $h(d) = 1$ ,  $a(d) = 1$
- Iterativamente atualizar todos  $h(d)$ ,  $a(d)$

# Pontuação de Hub e autoridade

- Calcular para cada página  $d$  no conjunto base uma **pontuação hub**  $h(d)$  e uma **pontuação autoridade**  $a(d)$
- Inicialização: para todos  $d$ :  $h(d) = 1$ ,  $a(d) = 1$
- Iterativamente atualizar todos  $h(d)$ ,  $a(d)$
- Após convergência:



# Pontuação de Hub e autoridade

- Calcular para cada página  $d$  no conjunto base uma **pontuação hub**  $h(d)$  e uma **pontuação autoridade**  $a(d)$
- Inicialização: para todos  $d$ :  $h(d) = 1$ ,  $a(d) = 1$
- Iterativamente atualizar todos  $h(d)$ ,  $a(d)$
- Após convergência:
  - Saída: páginas com maiores pontuações de  $h$  como as páginas top hubs

# Pontuação de Hub e autoridade

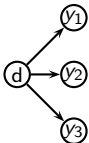
- Calcular para cada página  $d$  no conjunto base uma **pontuação hub**  $h(d)$  e uma **pontuação autoridade**  $a(d)$
- Inicialização: para todos  $d$ :  $h(d) = 1$ ,  $a(d) = 1$
- Iterativamente atualizar todos  $h(d)$ ,  $a(d)$
- Após convergência:
  - Saída: páginas com maiores pontuações de  $h$  como as páginas top hubs
  - Saída: páginas com maiores pontuações  $a$  como as páginas top de autoridades

# Pontuação de Hub e autoridade

- Calcular para cada página  $d$  no conjunto base uma **pontuação hub**  $h(d)$  e uma **pontuação autoridade**  $a(d)$
- Inicialização: para todos  $d$ :  $h(d) = 1$ ,  $a(d) = 1$
- Iterativamente atualizar todos  $h(d)$ ,  $a(d)$
- Após convergência:
  - Saída: páginas com maiores pontuações de  $h$  como as páginas top hubs
  - Saída: páginas com maiores pontuações  $a$  como as páginas top de autoridades
  - Portanto, produzimos **duas** listas ordenadas

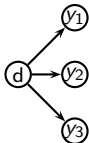
# Atualização iterativa

- Para todos  $d$ :  $h(d) = \sum_{d \rightarrow y} a(y)$

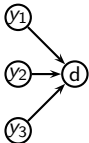


# Atualização iterativa

- Para todos  $d$ :  $h(d) = \sum_{d \mapsto y} a(y)$

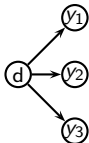


- Para todos  $d$ :  $a(d) = \sum_{y \mapsto d} h(y)$

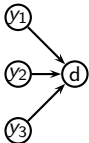


# Atualização iterativa

- Para todos  $d$ :  $h(d) = \sum_{d \mapsto y} a(y)$



- Para todos  $d$ :  $a(d) = \sum_{y \mapsto d} h(y)$



- Iterar esses dois passos até convergência

# Detalhes

- Mudança de escala

# Detalhes

- Mudança de escala
  - Prevenir que os valores de  $a()$  e  $h()$  fiquem muito altos, reduzir escala após cada iteração



# Detalhes

- Mudança de escala
  - Prevenir que os valores de  $a()$  e  $h()$  fiquem muito altos, reduzir escala após cada iteração
  - Valor do fator de escala não altera os resultados

# Detalhes

- Mudança de escala
  - Prevenir que os valores de  $a()$  e  $h()$  fiquem muito altos, reduzir escala após cada iteração
  - Valor do fator de escala não altera os resultados
  - Mais importante o **relativo** em vez dos valores absolutos da pontuação

# Detalhes

- Mudança de escala
  - Prevenir que os valores de  $a()$  e  $h()$  fiquem muito altos, reduzir escala após cada iteração
  - Valor do fator de escala não altera os resultados
  - Mais importante o **relativo** em vez dos valores absolutos da pontuação
- Na maior parte dos casos, o algoritmo converge após algumas iterações

## Autoridades para consulta [Chicago Bulls]

- 0.85 [www.nba.com/bulls](http://www.nba.com/bulls)
- 0.25 [www.essex1.com/people/jmiller/bulls.htm](http://www.essex1.com/people/jmiller/bulls.htm)  
“da Bulls”
- 0.20 [www.nando.net/SportServer/basketball/nba/chi.html](http://www.nando.net/SportServer/basketball/nba/chi.html)  
“The Chicago Bulls”
- 0.15 [users.aol.com/rynocub/bulls.htm](http://users.aol.com/rynocub/bulls.htm)  
“The Chicago Bulls Home Page”
- 0.13 [www.geocities.com/Colosseum/6095](http://www.geocities.com/Colosseum/6095)  
“Chicago Bulls”

(Ben-Shaul et al, WWW8)

# A página de autoridade para [Chicago Bulls]

The screenshot shows the Chicago Bulls website with the following elements:

- Top Navigation:** NBA, D-LEAGUE, WNBA, GLOBAL, TEAMS, MOBILE, NBA TICKETS, FANTASY, NBATV, STORE, VIDEO.
- Secondary Navigation:** NEWSLETTER, CONTACT US.
- Header:** "bulls.com" logo, "THE OFFICIAL SITE OF THE CHICAGO BULLS", and "Delivered by at&t".
- Main Navigation:** TICKETS, TEAM, NEWS, SCHEDULE, FEATURES, GAME NIGHT, INSIDE THE BULLS, HISTORY, STORE, and a search bar.
- Left Column:**
  - Fore!!! Golf with the Bulls!** Tickets for the Chicago Bulls/Verizon Wireless Charity Golf Outing are now on sale! Join Bulls' personalities including current players, coaches, legends, broadcasters and entertainment teams on August 17 at the White Pines Golf Club in Bensenville, Ill.
    - 2009.10: Season & Game Tickets
    - Mobile Alerts | Facebook | Twitter
    - RSS | News, Chat | mybulls | Sam Smith
  - News List:**
    - Bulls to compete in NBA Summer League
    - Chicago Bulls | Draft Central 2009
    - Pre-draft Ask Sam mailbag special
    - Pre-draft interview: Wake's Jeff Teague
    - Pre-draft interview: VCU's Eric Maynor
    - Pre-draft interview: Wake's James Johnson
    - Pre-draft interview: UNC's Wayne Ellington
  - Verizon Wireless FAN POLL**
- Middle Column:**
  - Draft Workouts:** Photo of Sam Smith speaking at a press conference.
- Right Column:**
  - BULLSEYE POWERED BY KIA KIA MOTORS**
  - CALENDAR** / **TICKETS**
  - SEASON TICKETS / TICKETEXCHANGE
  - GROUP TICKETS / E-NEWSLETTER
  - SEASON TICKETS** advertisement featuring a player.
  - CHICAGO BULLS PRESENTED BY **HARRIS**

## Hubs para [Chicago Bulls]

- 1.62 [www.geocities.com/Colosseum/1778](http://www.geocities.com/Colosseum/1778)  
“Unbelieveabulls!!!!!”
- 1.24 [www.webring.org/cgi-bin/webring?ring=chbulls](http://www.webring.org/cgi-bin/webring?ring=chbulls)  
“Erin’s Chicago Bulls Page”
- 0.74 [www.geocities.com/Hollywood/Lot/3330/Bulls.html](http://www.geocities.com/Hollywood/Lot/3330/Bulls.html)  
“Chicago Bulls”
- 0.52 [www.nobull.net/web\\_position/kw-search-15-M2.htm](http://www.nobull.net/web_position/kw-search-15-M2.htm)  
“Excite Search Results: bulls”
- 0.52 [www.halcyon.com/wordsltd/bball/bulls.htm](http://www.halcyon.com/wordsltd/bball/bulls.htm)  
“Chicago Bulls Links”

(Ben-Shaul et al, WWW8)

# Um hub para [Chicago Bulls]



**COAST TO COAST TICKETS**  
great tickets from nice people

Returning Customer

City Guide |

Minnesota Timberwolves Tickets  
New Jersey Nets Tickets  
New Orleans Hornets Tickets  
New York Knicks Tickets  
Oklahoma City Thunder Tickets  
Orlando Magic Tickets  
Philadelphia 76ers Tickets  
Phoenix Suns Tickets  
Portland Trail Blazers Tickets  
Sacramento Kings Tickets  
San Antonio Spurs Tickets  
Toronto Raptors Tickets  
Utah Jazz Tickets  
Washington Wizards Tickets  
**NBA All-Star Weekend**  
**NBA Finals Tickets**  
**NBA Playoffs Tickets**

[All NBA Tickets](#)

## Event Selections

### Sporting Events

**MLB Baseball Tickets**

**NFL Football Tickets**

**NBA Basketball Tickets**

**NHL Hockey Tickets**

**NASCAR Racing Tickets**

**PGA Golf Tickets**

**Tennis Tickets**

**NCAA Football Tickets**

### Official Website Links:

[Chicago Bulls \(official site\)](#)  
<http://www.nba.com/bulls/>

### Fan Club - Fan Site Links:

[Chicago Bulls](#)  
Chicago Bulls Fan Site with Bulls Blog, News, Bulls Forum, Wallpapers and all your basic Chicago Bulls essentials!!  
<http://www.bullscentral.com>

[Chicago Bulls Blog](#)  
The place to be for news and views on the Chicago Bulls and NBA Basketball!  
<http://chi-bulls.blogspot.com>

### News and Information Links:

[Chicago Sun-Times \(local newspaper\)](#)  
<http://www.suntimes.com/sports/basketball/bulls/index.html>

[Chicago Tribune \(local newspaper\)](#)  
<http://www.chicagotribune.com/sports/basketball/bulls/>

[Wikipedia - Chicago Bulls](#)  
All about the Chicago Bulls from Wikipedia, the free online encyclopedia.  
[http://en.wikipedia.org/wiki/Chicago\\_Bulls](http://en.wikipedia.org/wiki/Chicago_Bulls)

### Merchandise Links:

[Chicago Bulls watches](#)  
[http://www.sportimewatches.com/NBA\\_watches/Chicago-Bulls-watches.html](http://www.sportimewatches.com/NBA_watches/Chicago-Bulls-watches.html)

# Hubs & Authorities: Comentários

- HITS pode juntar páginas boas independentemente do conteúdo da página



# Hubs & Authorities: Comentários

- HITS pode juntar páginas boas independentemente do conteúdo da página
- Uma vez que o conjunto base é construído, fazemos a análise de links, sem fazer verificação do texto

# Hubs & Authorities: Comentários

- HITS pode juntar páginas boas independentemente do conteúdo da página
- Uma vez que o conjunto base é construído, fazemos a análise de links, sem fazer verificação do texto
- Páginas no conjunto base costumam não ter nenhuma dos termos de consulta

# Hubs & Authorities: Comentários

- HITS pode juntar páginas boas independentemente do conteúdo da página
- Uma vez que o conjunto base é construído, fazemos a análise de links, sem fazer verificação do texto
- Páginas no conjunto base costumam não ter nenhuma dos termos de consulta
- Em teoria, uma consulta em inglês pode recuperar páginas em japonês

# Hubs & Authorities: Comentários

- HITS pode juntar páginas boas independentemente do conteúdo da página
- Uma vez que o conjunto base é construído, fazemos a análise de links, sem fazer verificação do texto
- Páginas no conjunto base costumam não ter nenhuma dos termos de consulta
- Em teoria, uma consulta em inglês pode recuperar páginas em japonês
  - Isso acontece se na estrutura de links houver ligação entre páginas dos dois idiomas

# Hubs & Authorities: Comentários

- HITS pode juntar páginas boas independentemente do conteúdo da página
- Uma vez que o conjunto base é construído, fazemos a análise de links, sem fazer verificação do texto
- Páginas no conjunto base costumam não ter nenhuma dos termos de consulta
- Em teoria, uma consulta em inglês pode recuperar páginas em japonês
  - Isso acontece se na estrutura de links houver ligação entre páginas dos dois idiomas
- Risco: **desvio do tópico** – as páginas encontradas por seguir links podem não estar relacionadas à consulta original

# Sobre a convergência

## Sobre a convergência

- Definimos uma **matriz de adjacência**  $A$  com  $N \times N$  elementos. (Antes chamamos essa matriz de “matriz de links”).

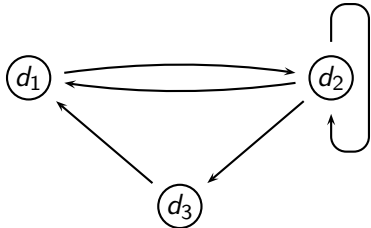
## Sobre a convergência

- Definimos uma **matriz de adjacência**  $A$  com  $N \times N$  elementos. (Antes chamamos essa matriz de “matriz de links”).
- Para  $1 \leq i, j \leq N$ , o valor da matriz  $A_{ij}$  nos diz se há um link da página  $i$  para página  $j$  ( $A_{ij} = 1$ ) ou não ( $A_{ij} = 0$ ).



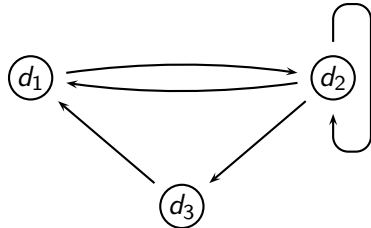
## Sobre a convergência

- Definimos uma **matriz de adjacência**  $A$  com  $N \times N$  elementos. (Antes chamamos essa matriz de “matriz de links”).
- Para  $1 \leq i, j \leq N$ , o valor da matriz  $A_{ij}$  nos diz se há um link da página  $i$  para página  $j$  ( $A_{ij} = 1$ ) ou não ( $A_{ij} = 0$ ).
- Exemplo:



## Sobre a convergência

- Definimos uma **matriz de adjacência**  $A$  com  $N \times N$  elementos. (Antes chamamos essa matriz de “matriz de links”).
- Para  $1 \leq i, j \leq N$ , o valor da matriz  $A_{ij}$  nos diz se há um link da página  $i$  para página  $j$  ( $A_{ij} = 1$ ) ou não ( $A_{ij} = 0$ ).
- Exemplo:



|       | $d_1$ | $d_2$ | $d_3$ |
|-------|-------|-------|-------|
| $d_1$ | 0     | 1     | 0     |
| $d_2$ | 1     | 1     | 1     |
| $d_3$ | 1     | 0     | 0     |

# Escrever regras de atualização com operações matriciais

- Definir o vetor de pontuações hub  $\vec{h} = (h_1, \dots, h_N)$ .  $h_i$  é a pontuação hub da página  $d_i$ .

# Escrever regras de atualização com operações matriciais

- Definir o vetor de pontuações hub  $\vec{h} = (h_1, \dots, h_N)$ .  $h_i$  é a pontuação hub da página  $d_i$ .
- De maneira similar para  $\vec{a}$ , o vetor de pontuação de autoridade

# Escrever regras de atualização com operações matriciais

- Definir o vetor de pontuações hub  $\vec{h} = (h_1, \dots, h_N)$ .  $h_i$  é a pontuação hub da página  $d_i$ .
- De maneira similar para  $\vec{a}$ , o vetor de pontuação de autoridade
- Agora podemos escrever  $h(d) = \sum_{d \rightarrow y} a(y)$  como uma operação matricial:  $\vec{h} = A\vec{a} \dots$

# Escrever regras de atualização com operações matriciais

- Definir o vetor de pontuações hub  $\vec{h} = (h_1, \dots, h_N)$ .  $h_i$  é a pontuação hub da página  $d_i$ .
- De maneira similar para  $\vec{a}$ , o vetor de pontuação de autoridade
- Agora podemos escrever  $h(d) = \sum_{d \rightarrow y} a(y)$  como uma operação matricial:  $\vec{h} = A\vec{a} \dots$
- ... e escrevemos  $a(d) = \sum_{y \rightarrow d} h(y)$  como  $\vec{a} = A^T \vec{h}$

# Escrever regras de atualização com operações matriciais

- Definir o vetor de pontuações hub  $\vec{h} = (h_1, \dots, h_N)$ .  $h_i$  é a pontuação hub da página  $d_i$ .
- De maneira similar para  $\vec{a}$ , o vetor de pontuação de autoridade
- Agora podemos escrever  $h(d) = \sum_{d \rightarrow y} a(y)$  como uma operação matricial:  $\vec{h} = A\vec{a} \dots$
- ... e escrevemos  $a(d) = \sum_{y \rightarrow d} h(y)$  como  $\vec{a} = A^T \vec{h}$
- HITS algoritmo em notação matricial:

# Escrever regras de atualização com operações matriciais

- Definir o vetor de pontuações hub  $\vec{h} = (h_1, \dots, h_N)$ .  $h_i$  é a pontuação hub da página  $d_i$ .
- De maneira similar para  $\vec{a}$ , o vetor de pontuação de autoridade
- Agora podemos escrever  $h(d) = \sum_{d \rightarrow y} a(y)$  como uma operação matricial:  $\vec{h} = A\vec{a} \dots$
- ... e escrevemos  $a(d) = \sum_{y \rightarrow d} h(y)$  como  $\vec{a} = A^T \vec{h}$
- HITS algoritmo em notação matricial:
  - Calcular  $\vec{h} = A\vec{a}$



# Escrever regras de atualização com operações matriciais

- Definir o vetor de pontuações hub  $\vec{h} = (h_1, \dots, h_N)$ .  $h_i$  é a pontuação hub da página  $d_i$ .
- De maneira similar para  $\vec{a}$ , o vetor de pontuação de autoridade
- Agora podemos escrever  $h(d) = \sum_{d \rightarrow y} a(y)$  como uma operação matricial:  $\vec{h} = A\vec{a} \dots$
- ... e escrevemos  $a(d) = \sum_{y \rightarrow d} h(y)$  como  $\vec{a} = A^T \vec{h}$
- HITS algoritmo em notação matricial:
  - Calcular  $\vec{h} = A\vec{a}$
  - Calcular  $\vec{a} = A^T \vec{h}$

# Escrever regras de atualização com operações matriciais

- Definir o vetor de pontuações hub  $\vec{h} = (h_1, \dots, h_N)$ .  $h_i$  é a pontuação hub da página  $d_i$ .
- De maneira similar para  $\vec{a}$ , o vetor de pontuação de autoridade
- Agora podemos escrever  $h(d) = \sum_{d \rightarrow y} a(y)$  como uma operação matricial:  $\vec{h} = A\vec{a} \dots$
- ... e escrevemos  $a(d) = \sum_{y \rightarrow d} h(y)$  como  $\vec{a} = A^T \vec{h}$
- HITS algoritmo em notação matricial:
  - Calcular  $\vec{h} = A\vec{a}$
  - Calcular  $\vec{a} = A^T \vec{h}$
  - Iterar até convergência

# HITS como um problema de auto-vetor

- Algoritmo HITS em notação matricial. Iterar:
  - Calcular  $\vec{h} = A\vec{a}$
  - Calcular  $\vec{a} = A^T\vec{h}$

# HITS como um problema de auto-vetor

- Algoritmo HITS em notação matricial. Iterar:
  - Calcular  $\vec{h} = A\vec{a}$
  - Calcular  $\vec{a} = A^T\vec{h}$
- Por substituição temos:  $\vec{h} = AA^T\vec{h}$  e  $\vec{a} = A^T A\vec{a}$

# HITS como um problema de auto-vetor

- Algoritmo HITS em notação matricial. Iterar:
  - Calcular  $\vec{h} = A\vec{a}$
  - Calcular  $\vec{a} = A^T\vec{h}$
- Por substituição temos:  $\vec{h} = AA^T\vec{h}$  e  $\vec{a} = A^T A\vec{a}$
- Então,  $\vec{h}$  é um auto-vetor de  $AA^T$  e  $\vec{a}$  é um auto-vetor de  $A^T A$ .

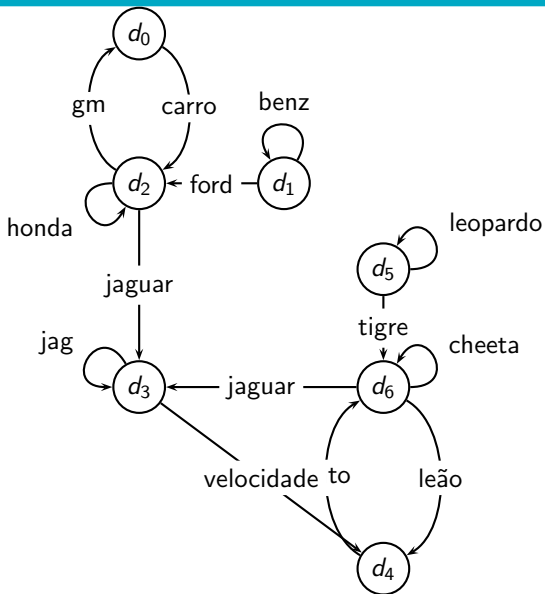
# HITS como um problema de auto-vetor

- Algoritmo HITS em notação matricial. Iterar:
  - Calcular  $\vec{h} = A\vec{a}$
  - Calcular  $\vec{a} = A^T\vec{h}$
- Por substituição temos:  $\vec{h} = AA^T\vec{h}$  e  $\vec{a} = A^T A\vec{a}$
- Então,  $\vec{h}$  é um auto-vetor de  $AA^T$  e  $\vec{a}$  é um auto-vetor de  $A^T A$ .
- Então o algoritmo HITS é na verdade um caso especial do método da potência e pontuações hub e autoridade são auto-vetores

# HITS como um problema de auto-vetor

- Algoritmo HITS em notação matricial. Iterar:
  - Calcular  $\vec{h} = A\vec{a}$
  - Calcular  $\vec{a} = A^T\vec{h}$
- Por substituição temos:  $\vec{h} = AA^T\vec{h}$  e  $\vec{a} = A^T A\vec{a}$
- Então,  $\vec{h}$  é um auto-vetor de  $AA^T$  e  $\vec{a}$  é um auto-vetor de  $A^T A$ .
- Então o algoritmo HITS é na verdade um caso especial do método da potência e pontuações hub e autoridade são auto-vetores
- HITS e PageRank ambos formalizam a análise de links como o problema de encontrar um auto-vetor.

# Exemplo grafo web





# Matriz pura $A$ para HITS

|       | $d_0$ | $d_1$ | $d_2$ | $d_3$ | $d_4$ | $d_5$ | $d_6$ |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $d_0$ | 0     | 0     | 1     | 0     | 0     | 0     | 0     |
| $d_1$ | 0     | 1     | 1     | 0     | 0     | 0     | 0     |
| $d_2$ | 1     | 0     | 1     | 2     | 0     | 0     | 0     |
| $d_3$ | 0     | 0     | 0     | 1     | 1     | 0     | 0     |
| $d_4$ | 0     | 0     | 0     | 0     | 0     | 0     | 1     |
| $d_5$ | 0     | 0     | 0     | 0     | 0     | 1     | 1     |
| $d_6$ | 0     | 0     | 0     | 2     | 1     | 0     | 1     |

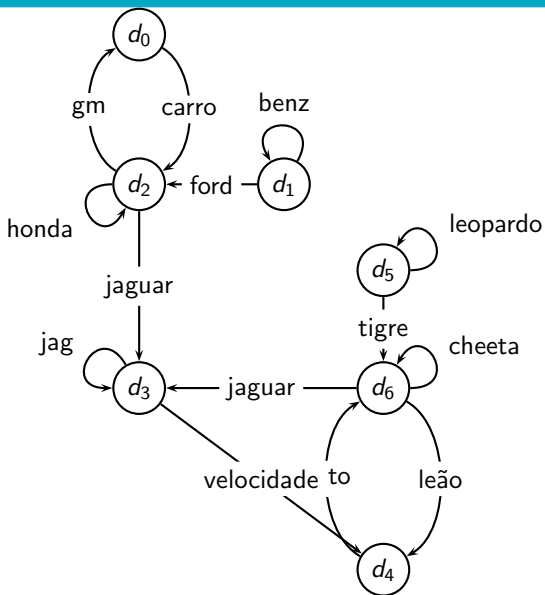
# Vetores de Hub $h_0, \vec{h}_i = \frac{1}{d_i} A \cdot \vec{a}_i, i \geq 1$

|       | $\vec{h}_0$ | $\vec{h}_1$ | $\vec{h}_2$ | $\vec{h}_3$ | $\vec{h}_4$ | $\vec{h}_5$ |
|-------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| $d_0$ | 0.14        | 0.06        | 0.04        | 0.04        | 0.03        | 0.03        |
| $d_1$ | 0.14        | 0.08        | 0.05        | 0.04        | 0.04        | 0.04        |
| $d_2$ | 0.14        | 0.28        | 0.32        | 0.33        | 0.33        | 0.33        |
| $d_3$ | 0.14        | 0.14        | 0.17        | 0.18        | 0.18        | 0.18        |
| $d_4$ | 0.14        | 0.06        | 0.04        | 0.04        | 0.04        | 0.04        |
| $d_5$ | 0.14        | 0.08        | 0.05        | 0.04        | 0.04        | 0.04        |
| $d_6$ | 0.14        | 0.30        | 0.33        | 0.34        | 0.35        | 0.35        |

# Vetores de autoridade $\vec{a}_i = \frac{1}{c_i} A^T \cdot \vec{h}_{i-1}, i \geq 1$

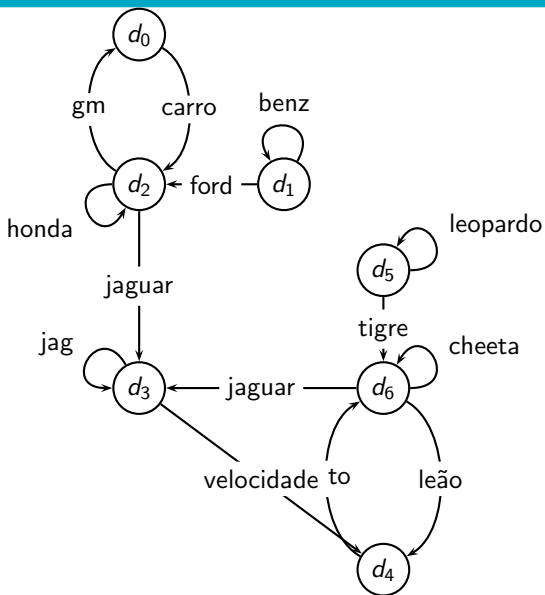
|       | $\vec{a}_1$ | $\vec{a}_2$ | $\vec{a}_3$ | $\vec{a}_4$ | $\vec{a}_5$ | $\vec{a}_6$ | $\vec{a}_7$ |
|-------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| $d_0$ | 0.06        | 0.09        | 0.10        | 0.10        | 0.10        | 0.10        | 0.10        |
| $d_1$ | 0.06        | 0.03        | 0.01        | 0.01        | 0.01        | 0.01        | 0.01        |
| $d_2$ | 0.19        | 0.14        | 0.13        | 0.12        | 0.12        | 0.12        | 0.12        |
| $d_3$ | 0.31        | 0.43        | 0.46        | 0.46        | 0.46        | 0.47        | 0.47        |
| $d_4$ | 0.13        | 0.14        | 0.16        | 0.16        | 0.16        | 0.16        | 0.16        |
| $d_5$ | 0.06        | 0.03        | 0.02        | 0.01        | 0.01        | 0.01        | 0.01        |
| $d_6$ | 0.19        | 0.14        | 0.13        | 0.13        | 0.13        | 0.13        | 0.13        |

# Exemplo grafo web



|       | <i>a</i> | <i>h</i> |
|-------|----------|----------|
| $d_0$ | 0.10     | 0.03     |
| $d_1$ | 0.01     | 0.04     |
| $d_2$ | 0.12     | 0.33     |
| $d_3$ | 0.47     | 0.18     |
| $d_4$ | 0.16     | 0.04     |
| $d_5$ | 0.01     | 0.04     |
| $d_6$ | 0.13     | 0.35     |

# Exemplo grafo web



Páginas com maior grau

de entrada:  $d_2, d_3, d_6$

Páginas com maior grau

de saída:  $d_2, d_6$

Páginas com maior Pa-

geRank:  $d_6$

Páginas com maior pon-

tuação de hub:  $d_6$  (simi-

lar:  $d_2$ )

Páginas com maior pon-

tuação de autoridade:

$d_3$

# PageRank vs. HITS

- PageRank pode ser pré-calculado, HITS tem que ser calcular em tempo da consulta

# PageRank vs. HITS

- PageRank pode ser pré-calculado, HITS tem que ser calculado em tempo da consulta
  - HITS é muito caro para a maior parte das aplicações

# PageRank vs. HITS

- PageRank pode ser pré-calculado, HITS tem que ser calculado em tempo da consulta
  - HITS é muito caro para a maior parte das aplicações
- PageRank e HITS fazem duas escolhas de projetos em relação (i) a formalização do problema de auto-vetor/valor (ii) o conjunto de páginas para aplicar a formalização



# PageRank vs. HITS

- PageRank pode ser pré-calculado, HITS tem que ser calculado em tempo da consulta
  - HITS é muito caro para a maior parte das aplicações
- PageRank e HITS fazem duas escolhas de projetos em relação (i) a formalização do problema de auto-vetor/valor (ii) o conjunto de páginas para aplicar a formalização
- Esses dois são ortogonais

# PageRank vs. HITS

- PageRank pode ser pré-calculado, HITS tem que ser calculado em tempo da consulta
  - HITS é muito caro para a maior parte das aplicações
- PageRank e HITS fazem duas escolhas de projetos em relação (i) a formalização do problema de auto-vetor/valor (ii) o conjunto de páginas para aplicar a formalização
- Esses dois são ortogonais
  - Poderíamos também aplicar HITS para a web inteira e PageRank para um pequeno conjunto base

# PageRank vs. HITS

- PageRank pode ser pré-calculado, HITS tem que ser calculado em tempo da consulta
  - HITS é muito caro para a maior parte das aplicações
- PageRank e HITS fazem duas escolhas de projetos em relação (i) a formalização do problema de auto-vetor/valor (ii) o conjunto de páginas para aplicar a formalização
- Esses dois são ortogonais
  - Poderíamos também aplicar HITS para a web inteira e PageRank para um pequeno conjunto base
- Empírico: na web, um bom hub quase sempre é uma boa autoridade

# PageRank vs. HITS

- PageRank pode ser pré-calculado, HITS tem que ser calculado em tempo da consulta
  - HITS é muito caro para a maior parte das aplicações
- PageRank e HITS fazem duas escolhas de projetos em relação (i) a formalização do problema de auto-vetor/valor (ii) o conjunto de páginas para aplicar a formalização
- Esses dois são ortogonais
  - Poderíamos também aplicar HITS para a web inteira e PageRank para um pequeno conjunto base
- Empírico: na web, um bom hub quase sempre é uma boa autoridade
- A diferença real do ranking usando PageRank e HITS não é tão grande quanto se poderia esperar