

Análise de Algoritmos
Prof. Marcelo Keese Albertini
Faculdade de Computação - Universidade Federal de Uberlândia
Lista de exercícios: Divisão e Conquista

1. Escreva um algoritmo baseado em divisão e conquista para o seguinte problema: “Dada uma sequência de números tal que a diferença entre termos consecutivos é constante, encontre o número”. Escreva e obtenha a solução da relação de recorrência desse algoritmo. Dica: tente adaptar a busca binária.

2. Escreva um algoritmo baseado em divisão e conquista para o seguinte problema: “Dada uma sequência de números, encontrar um número pico. Um número pico $a[i]$ é tal que não é menor que seus vizinhos $a[i-1]$ e $a[i+1]$ (quando existirem). Exemplo: um pico de $[8,9,10,2,5,6]$ é 10; um pico de $[8,9,10,12,15]$ é 15”. Escreva e obtenha a solução da relação de recorrência desse algoritmo. Dica: tente adaptar a busca binária.

3. Considere o seguinte problema: “Dado um array ordenado de inteiros, encontrar o chão de um dado número nesse array. Exemplo: para o array $[1,4,7,8]$, o chão de 3 é 1. Caso não exista, retornar -1 (o chão de 0 não existe).” Resolva esse empregando divisão e conquista e analise o algoritmo.

4. Escreva e analise uma solução baseada em divisão e conquista para o seguinte problema: “Dado um array ordenado com números repetidos, encontre a frequência de cada elemento. Por exemplo, o array $[2,2,2,3,3,3,4,4,5,5,5,5,5]$ produz a saída de frequências $[3,3,2,5]$.”

5. Escreva e analise uma solução baseada em divisão e conquista $o(n)$ (little-o) para o seguinte problema: “Dado um array binário ordenado, conte quantidade de números 1. Exemplo: no array $[0,0,0,1,1,1,1,1]$ tem 5 números 1.”

6. Implemente uma busca ternária em um vetor ordenado e faça análise do pior caso do número de comparações.

7. Considere o seguinte problema: “encontrar a subsequência crescente mais longa em um array. Os índices dos elementos dessa subsequência não precisam ser contíguos no array. Se houve mais de uma subsequência com mesmo tamanho, qualquer uma pode ser encontrada. Exemplo: Para $[0, 8, 4,12,2,10,6,14,1,9,5,13,3,11,7,15]$, a maior subsequência crescente é $[0,2,6,9,11,15]$ ”. Resolva e analise com divisão e conquista. Dica: é possível fazer uma solução com tempo em $O(n \log n)$.

8. Obtenha as soluções das relações de recorrência para o número médio de recursões e para o número médio de trocas realizadas no Quicksort (visto em aula).

9. Considere o seguinte problema: “Dado um array de inteiros, encontrar o total do subarray (contíguo) com soma máxima. Exemplo: para $[2,-4,1,9,-6,7,-3]$, o total do subarray $[1,9,-6,7]$ é 11”. Resolva e analise com divisão e conquista. Dica: primeiro obtenha o total do subarray máximo da esquerda e da direita. Combine. Depois retorne o maior dos três.

10. Suponha que existe um algoritmo de multiplicação de matrizes quadradas que consegue reduzir um problema de multiplicar duas matrizes com N linhas e N colunas em sete problemas de tamanho $N/2$ com custo de divisão de cN^2 operações, sendo c uma constante. Para quais valores de c existe redução no total de operações com esse algoritmo em comparação a um outro algoritmo que usa um total de N^3 operações?