Cifras de bloco

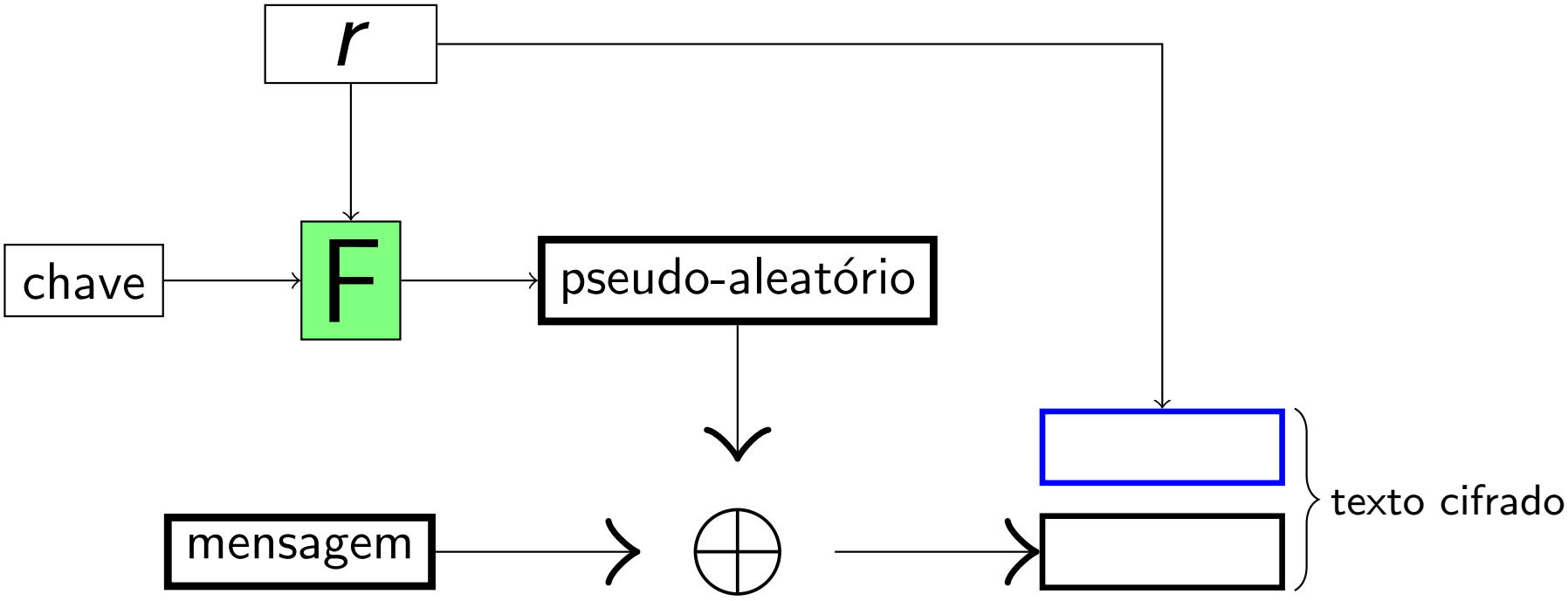
- Cifras de bloco são construções práticas de permutações pseudo-aleatórias
- $F : \{0,1\}^n \times \{0,1\}^m \to \{0,1\}^m$
  - n é comprimento da chave
  - m é o comprimento do bloco
- Difícil diferenciar F_k de uniforme $f \in Perm_m$ mesmo para atacantes em tempo $\approx 2^n$

AES (2002)

- Advanced Encryption Standard (AES) ou Rijndael
  - Padronizado por NIST em 2000 basedo em uma competição pública mundial que durou 3 anos
  - Tamanho do bloco = 128 bits
  - Tamanho da chave = 128, 192 ou 256 bits
- Padrão mais usado atualmente

Encriptação segura a CPA (Ataques de texto em claro)

- Seja F uma função chaveada
- $Gen(1^n)$: escolher uma chave uniforme $k \in \{0,1\}^n$
- $Enc_k(m)$ para $|m| = |k|$:
  - Escolher uniforme $r \in \{0,1\}^n$
  - Produzir texto cifrado $< r, F_k(r) \oplus m >$
- $Dec_k(< c_1, c_2 >)$: produzir $c_2 \oplus F_k(c_1)$


r
chave
F
pseudo-aleatório
mensagem
texto cifrado

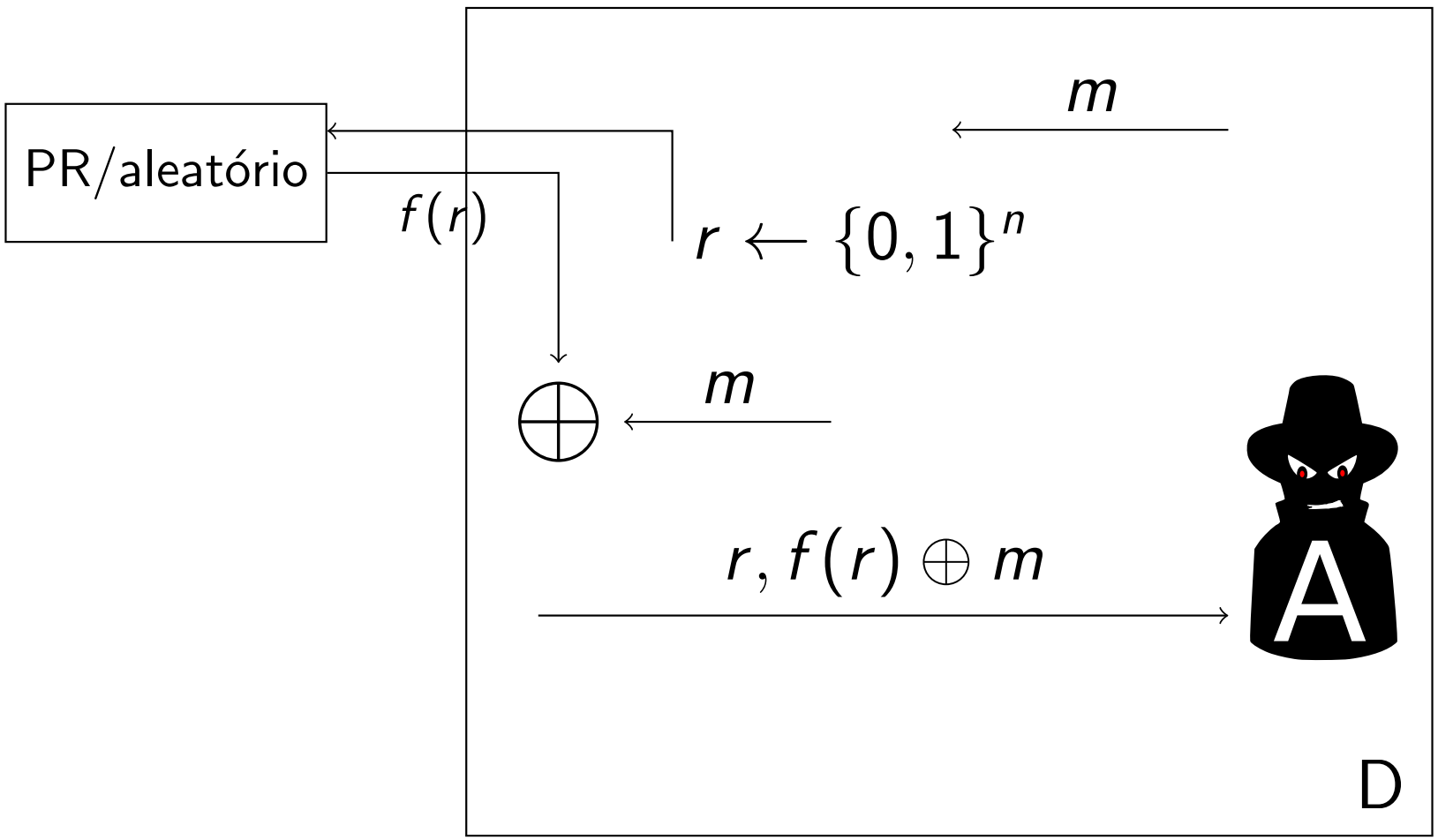
Nota

- A chave é tão longa quanto a mensagem
- mas esse esquema pode ser usado para encriptar múltiplas mensagens

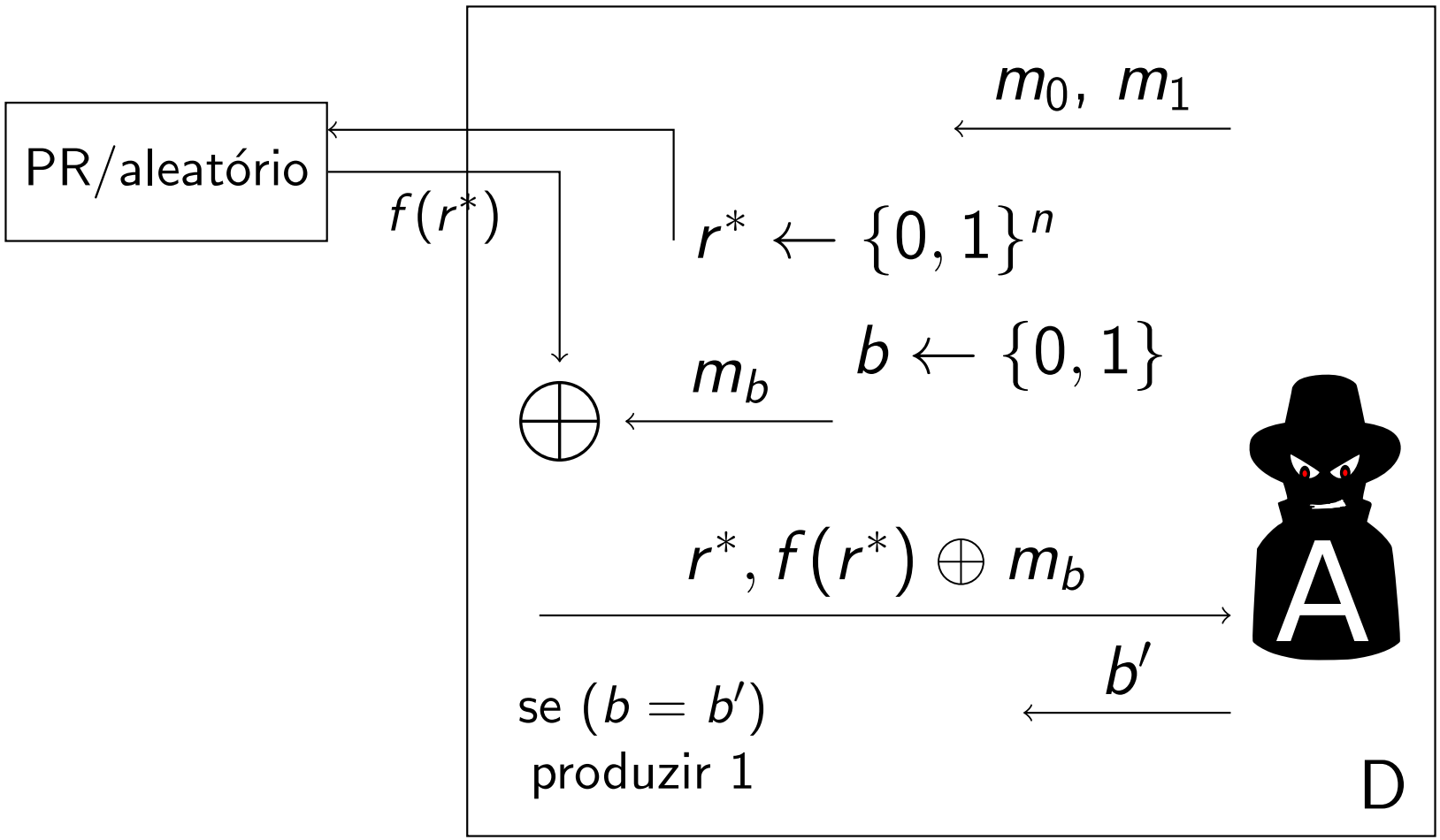
Segurança

- Teorema: se F é uma função pseudo-aleatória então este esquema Π é seguro para ataques CPA
- Prova por redução

- 1) o atacante D simula um oráculo de encriptação de uma vítima
- 2) o atacante A faz quantas encriptações forem necessárias



- Agora A vai tentar saber qual mensagem foi lhe enviada



Análise

- Seja $\mu(n) = P(PrivCPA_{Adv,\Pi}(n) = 1)$
- Seja $q(n)$ um limitando para o número de consultas de encriptação feio pelo atacante
- Se $f = F_k$ para k uniforme, então a visão de Adv é exatamente como em $PrivCPA_{Adv,\Pi}(n)$

$$\Rightarrow P_{k \leftarrow \{0,1\}^n}(D^{F_k(\cdot)} = 1) = P(PrivCPA_{Adv,\Pi}(n) = 1) = \mu(n)$$

Análise

- Se f é uniforme, existem dois sub-casos
  - r^* foi consultado em algum outro momento (evento **Repetir**)
  - r^* não foi consultado em algum momento

$$\begin{aligned} P_f(D^{f(\cdot)} = 1) &= P_f(D^{f(\cdot)} = 1 \text{ e } \neg\textbf{Repetir}) \\ &\quad + P_f(D^{f(\cdot)} = 1 \text{ e } \textbf{Repetir}) \\ &\leq P_f(D^{f(\cdot)} = 1 | \neg\textbf{Repetir}) + P(\textbf{Repetir}) \end{aligned}$$

- $P(\textbf{Repetir}) \leq q(n)/2^n$
- $P_f(D^{f(\cdot)} = 1 | \neg\textbf{Repetir}) = 0.5$

Análise

- Como, de acordo com nossa premissa, F é pseudo-aleatório
  - $\Rightarrow |\mu(n) - P_f(D^{f(\cdot)} = 1)| \leq \epsilon(n)$
  - $\Rightarrow \mu(n) \leq P_f(D^{f(\cdot)} = 1) + \epsilon(n)$
  - $\leq 0.5 + q(n)/2^n + \epsilon(n)$
- Como, para qualquer polinômio q, o termo $q(n)/2^n$ é negligível

$$P(PrivCPA_{Adv,\Pi}(n) = 1) = \mu(n) \leq 0.5 + \epsilon'(n)$$

Resumo de encriptação segura contra CPA

- CPA modela atacante capaz de escolher textos em claros para encriptação
- $F_k(r)$ é uma função/permutação pseudo-aleatória chaveada que recebe e produz $n = |m|$ bits
- $Enc_k(m) = (r, F_k(r) \oplus m)$, $Dec_k(c_1, c_2) = F_k(c_1) \oplus c_2$
- Dessa forma, ao transmitir r, é possível usar a mesma chave k para cada bloco de mensagem $m_1, m_2, m_3 \ldots$

Desvantagem

- O texto cifrado tem o dobro do comprimento $(|r| + |F_k(r) \oplus m|)$ da mensagem original
  - Diz-se que texto cifrado tem expansão de um fator de 2
- Podemos fazer melhor?
- Modos de operação: mais eficientes em termos de tamanho de mensagem encriptada

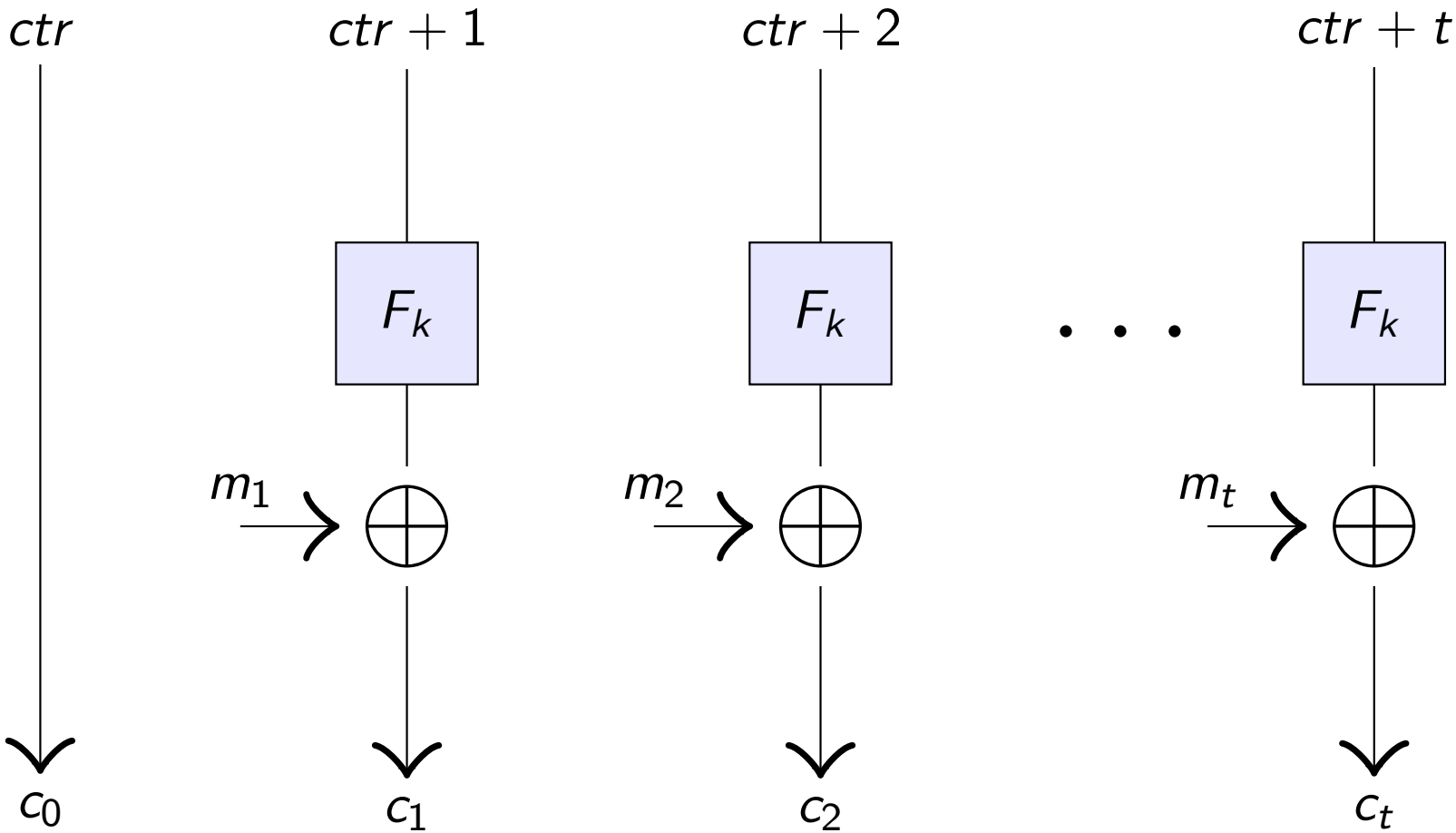
Modos de operação

- Cifras podem atuar em sequências (streams) ou em blocos
- Cifras de streams
  - Sincronizados
  - Não sincronizados
- Cifras de blocos
  - Counter mode - CTR
  - Cipher Block Chaining - CBC
  - Eletronic Codebook - ECB

Modo CTR (*counter*)

- $Enc_k(m_1, \ldots, m_t)$
  - Escolher $ctr \leftarrow \{0,1\}^n$, fixado $c_0 = ctr$
  - Para $i = 1 \ldots t$ fazer:
    - $c_i \leftarrow m_i \oplus F_k(ctr + i)$
  - Produzir $c_0, c_1, \ldots, c_t$
- No modo CTR, A expansão do texto cifrado é de somente 1 bloco

Modo CTR – Counter



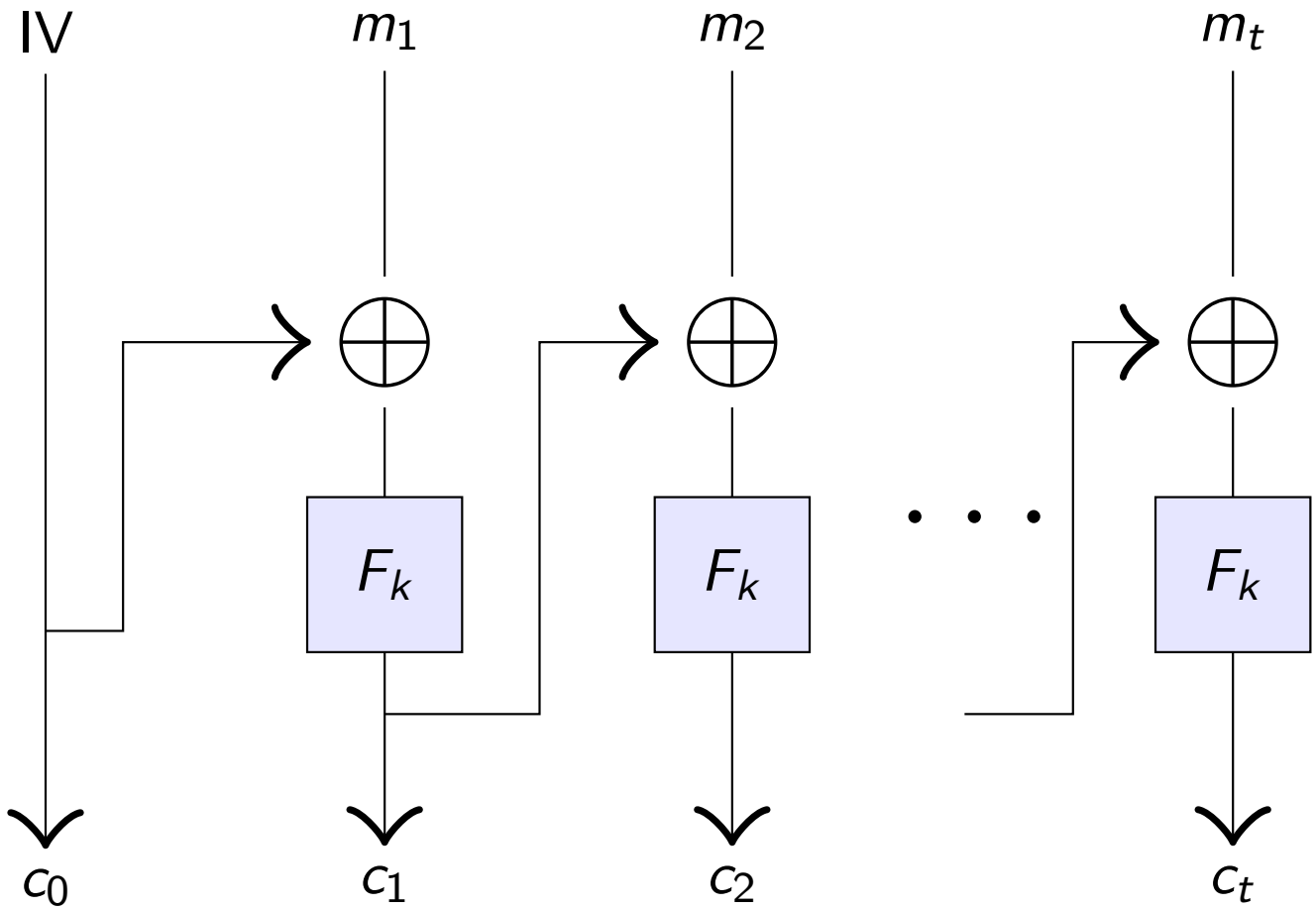
Modo CTR

- Teorema: Se F é uma função pseudo-aleatória
- Ideia da prova:
  - Por simplicidade, assumir que todas as mensagens tem comprimento t
  - A sequência $F_k(ctr_i + 1), \ldots, F_k(ctr_i + t)$ usada para encriptar a i-ésima mensagem é pseudo-aleatória
    - E também é independente entre sequências a não ser que $ctr_i + j = ctr_{i'} + j'$ para algum i, j, i', j'

Modo CBC

- $Enc_k(m_1, \ldots, m_t)$
  - Escolher aleatoriamente $c_0 \leftarrow \{0,1\}^n$ chamado de IV
  - IV = initialization vector
  - Para $i \in 1 \ldots t$:
    - $c_i = F_k(m_i \oplus c_{i-1})$
  - Produzir $c_0, c_1, \ldots, c_t$
- Decriptação exige que F seja invertível
- Expansão de texto cifrado é somente de 1 bloco

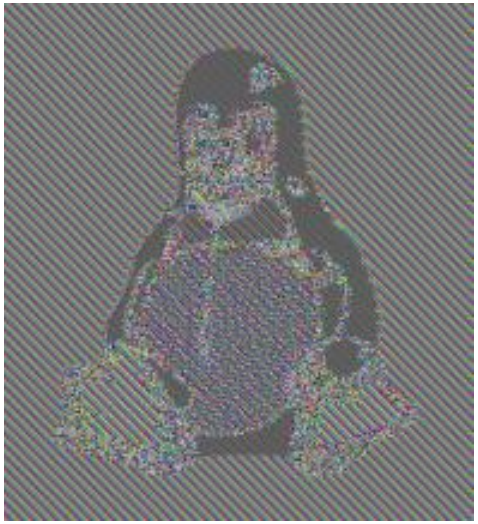
Modo CBC – Cipher block chaining



Modo ECB – Eletronic Codebook

- $Enc_k(m_1, \ldots, m_t) = F_k(m_1), \ldots, F_k(m_t)$
- Determinístico
  - Não é seguro contra CPA
- Possível diferenciar o que é igual
  - Se $m_i = m_j$, $F_k(m_i) = F_k(m_j)$
  - Não tem nem mesmo encriptações indiscerníveis

Efeito do modo ECB



- Fonte: `https://en.wikipedia.org/wiki/Block_cipher_mode_of_operation`