

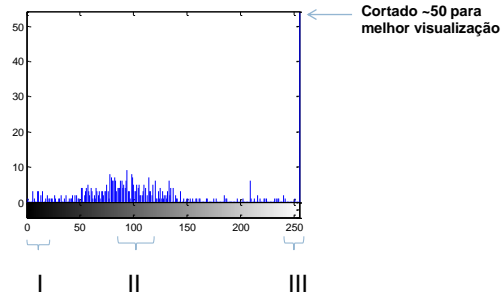


## Histograma com 256 *bins*

- 256 *bins* – quantidade de barras do histograma

	Valor do pixels	Qtde.de pixels
I	0	0
	1	1
	2	0
	3	0
	4	0
	...	
II	97	1
	98	8
	99	7
	100	5
	101	3
	102	3
	103	5
	104	4
	105	5
	106	2
	...	
III	251	1
	252	0
	253	0
	254	0
	255	343

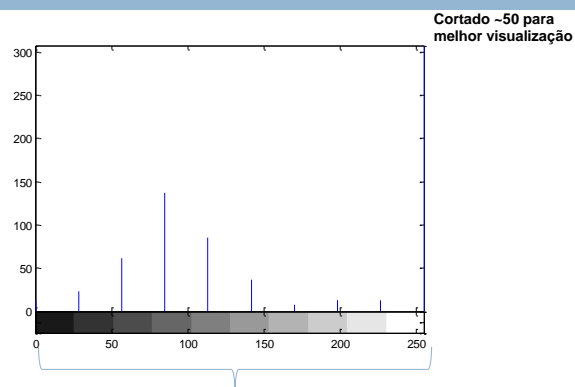
```
>> imhist(im);
```



## Utilizando menos *bins*

Valor Central	Qtde.de pixels
0.0	13
28.3	23
56.7	62
85.0	137
113.3	85
141.7	37
170.0	8
198.3	13
226.7	13
255.0	345

```
>> imhist(im,10);
```



10 *bins* – quantidade de barras do histograma

## Utilizando menos *bins*

- Cálculo de intervalos para os valores

$$\frac{A(p-1.5)}{(n-1)} \leq x < \frac{A(p-0.5)}{(n-1)},$$

```

-->A = 255;
-->N = 10;
-->p = 1:10
p = 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.

-->inferior = A*(p-1.5)/(N-1)
inferior =
- 14.2 14.2 42.5 70.8 99.2 127.5 155.8 184.2 212.5 240.8

-->superior = A*(p-0.5)/(N-1)
superior =
14.2 42.5 70.8 99.2 127.5 155.8 184.2 212.5 240.8 269.2

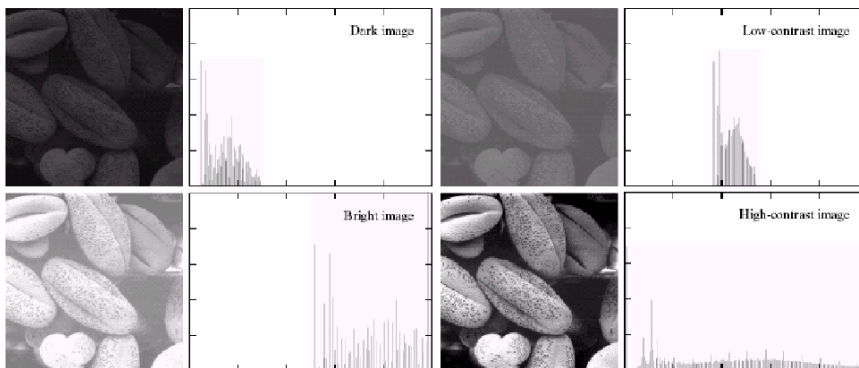
-->x = (inferior+superior)/2 %% Valores centrais mostrados no slide anterior
x =
0. 28.3 56.7 85. 113.3 141.7 170. 198.3 226.7 255.

-->[inferior;x;superior]
ans =
- 14.2 14.2 42.5 70.8 99.2 127.5 155.8 184.2 212.5 240.8
0.0 28.3 56.7 85.0 113.3 141.7 170.0 198.3 226.7 255.0
14.2 42.5 70.8 99.2 127.5 155.8 184.2 212.5 240.8 269.2

```

## Processamento de histogramas

- A exibição gráfica do histograma para todos os valores de níveis de cinza providencia uma descrição global de uma imagem



# Histogramas

- O histograma de uma imagem é um conjunto de números que indica a quantidade de pixels em cada um dos níveis de cinza da imagem.
- Histograma Normalizado
  - ▣ Cada elemento do conjunto é calculado por

$$P_r(r_k) = \frac{n_k}{n}$$

- ▣ onde

$$0 \leq r_k \leq 1$$

# Histogramas

- Histograma Normalizado

$$P_r(r_k) = \frac{n_k}{n}$$

- ▣  $r_k = 0, 1, \dots, L-1$ ,  $L$  é o número de níveis de cinza da imagem.
- ▣  $n$ , número total de pixels na imagem
- ▣  $n_k$ , número de pixels cujo nível de cinza corresponde a  $k$ .
- ▣  $P_r(r_k)$ , probabilidade do  $k$ -ésimo nível de cinza.

## Histogramas

- Um histograma pode ser visto como uma função de distribuição de frequência ou como uma função de distribuição de probabilidade

$$P_r(r_k) = \frac{n_k}{n}$$

- De maneira geral dizemos que  $P_r(r_k)$  dá uma estimativa da probabilidade de ocorrência do nível de cinza  $r$  na imagem.

## Histogramas

- Seja uma imagem de 128x128 pixels cujas quantidades de pixels em cada nível de cinza são dadas na tabela ao lado (8 níveis de cinza)

- $n = 128 \times 128 = 16.384$  pixels
- $P_r(0) = 1120/16.384 = 0.068$
- $P_r(1/7) = 3214/16.384 = 0,196$

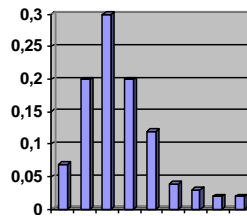
Nível de Cinza (k)	$n_k$	$P_r(r_k) = n_k/n$
0	1120	0,068
1/7	3214	0,196
2/7	4850	0,296
3/7	3425	0,209
4/7	1995	0,122
5/7	784	0,048
6/7	541	0,033
1	455	0,028

# Histogramas

- Características Importantes
  - ▣ Um histograma é uma função de distribuição de probabilidades
  - ▣ A soma das probabilidades é igual a 1

$$\sum P_r(r_k) = 1$$

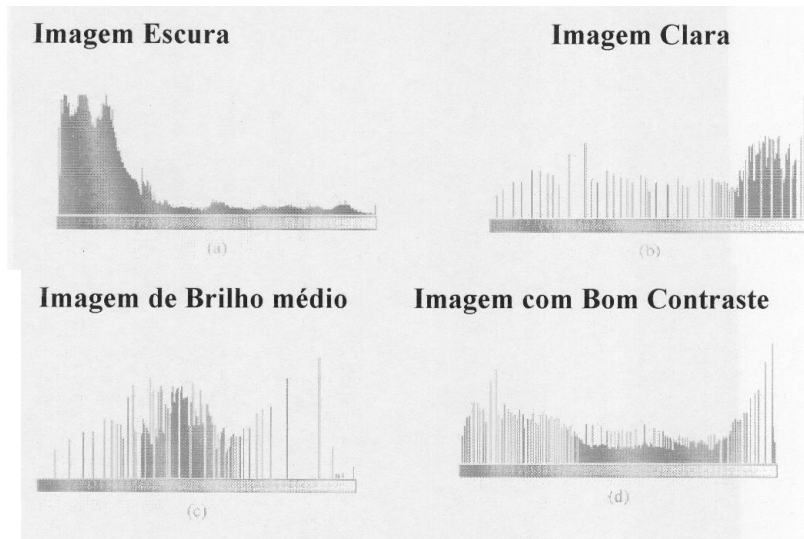
- ▣ Representação gráfica de um Histograma



# Histogramas

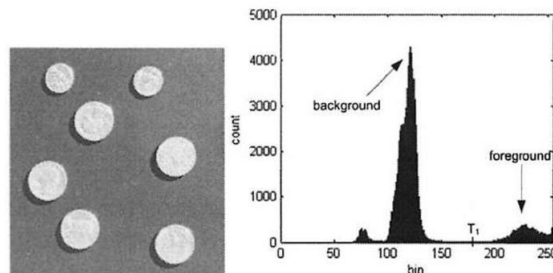
- Características Importantes
  - ▣ As informações espaciais não são representadas;
  - ▣ Um histograma é único para uma determinada imagem, mas o inverso não é verdadeiro;
  - ▣ A movimentação de objetos em uma imagem não tem qualquer efeito sobre o seu histograma.

## Exemplos de Histogramas



## Exemplos de Histogramas

- Histograma Bimodal
  - Alto contraste
  - O histograma não traz informação da posição dos pixels na imagem



## Transformações de Intensidade

- Ou “transformações nos níveis de cinza”
  - ▣ Seja  $r_k$  o nível de cinza dos pixels na imagem a ser processada e:

$$0 \leq r_k \leq 1 \quad \begin{cases} 0 \implies \text{Preto} \\ 1 \implies \text{Branco} \end{cases}$$

- ▣ Uma transformada de intensidade é a função do tipo:

$$g = T(f)$$

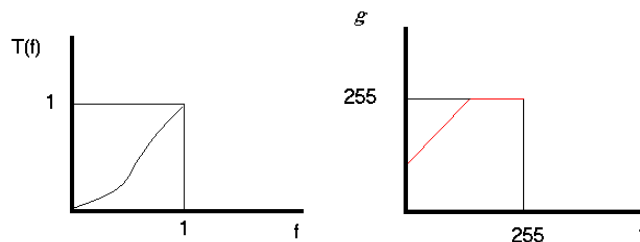
- ▣ Tal que:

- ▣ Devem retornar um único valor para cada valor distinto de  $f$  e devem crescer monotonicamente no intervalo.

$$0 \leq T(f) \leq 1 \quad \text{para} \quad 0 \leq f \leq 1$$

## Transformações de Intensidade

- As transformações de intensidade podem ser:
  - ▣ Lineares:  $g = T(f) = c * f + b$
  - ▣ onde
    - ▣  $c$  (Contraste),  $b$  (Brilho),  $f$  (valor do pixel)
  - ▣ Exemplo:  $g = 2f + 32$



# Transformações de Intensidade

- As Transformações de Intensidade podem ser:

- Não-lineares:

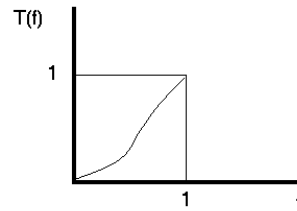
- $g = c * \log_2(f + 1)$

- $g = c * \exp(f + 1)$

- Normalização:

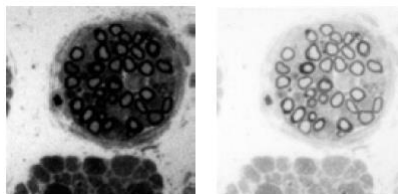
- $gn = g/N_{max} \rightarrow gn = g/255$

- Exemplo:  $g = 31,875 \cdot \log_2(f + 1)$

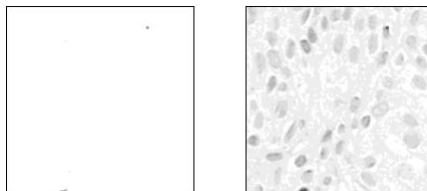


# Transformações de Intensidade

- Escala log: aumenta o contraste

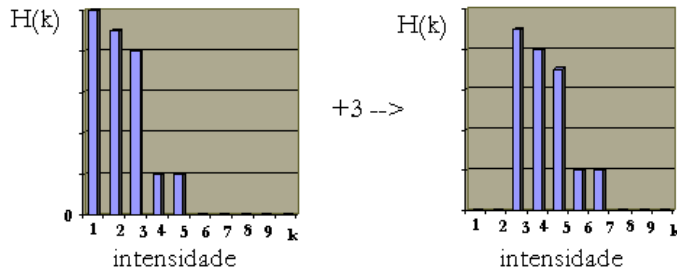


- Escala exp



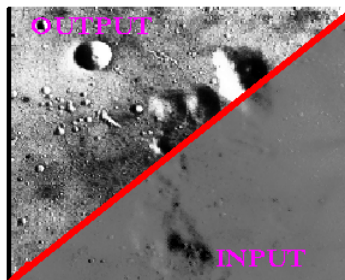
# Transformações de Intensidade

- Alterações Globais no Brilho
  - Clarear ou escurecer uma Imagem
  - Somar ou subtrair uma constante em todos os pixels da imagem.
    - 0 → Preto
    - max → Branco



## Equalização do Histograma

- Técnica onde se procura redistribuir os valores dos níveis de cinza em uma imagem, para se obter um histograma uniforme.
  - Visa aumentar o intervalo dinâmico de uma imagem melhorando o contraste de imagens adquiridas sob péssimas condições de iluminação



## Equalização do Histograma

- É uma transformação global:  $s = T(r)$ 
  - É útil para comparar cenas que foram adquiridas com iluminação diferente (normaliza a imagem)
  - Redistribuição das intensidades de cinza na imagem
  - Muitas vezes melhora a qualidade visual da imagem.
  - Pré-processamento para outras técnicas.

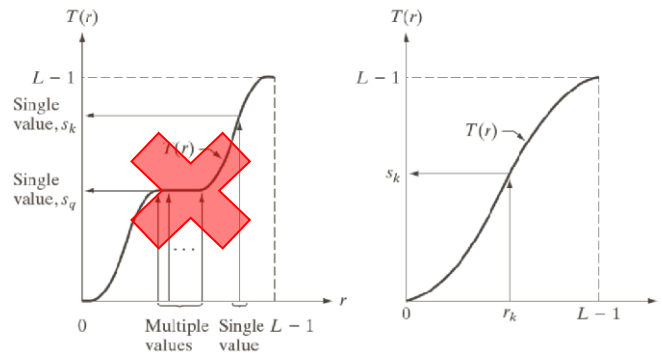
## Equalização do Histograma

- A função de transformação  $s = T(r)$  usada para equalizar um histograma deve satisfazer as seguintes condições
  - Ser estritamente monotonicamente crescente no intervalo  $0 \leq r \leq L-1$ . Esta condição garante que a saída nunca será menor do que a entrada, o que evita artefatos na imagem processada.
  - O intervalo de saída de intensidades deve ser o mesmo do de entrada
- A transformada inversa também deve satisfazer essas condições
  - $r = T^{-1}(s)$

## Equalização do Histograma

### □ Funções

- ▣ *monotonicamente crescente*
- ▣ *estritamente monotonicamente crescente*



## Equalização do Histograma

- Utiliza uma função  $T(r_k)$  auxiliar para redistribuir os valores dos níveis de cinza em uma imagem
  - ▣ Exemplo: Função de distribuição acumulada (*cdf*, *Cumulative Distribution Function*)

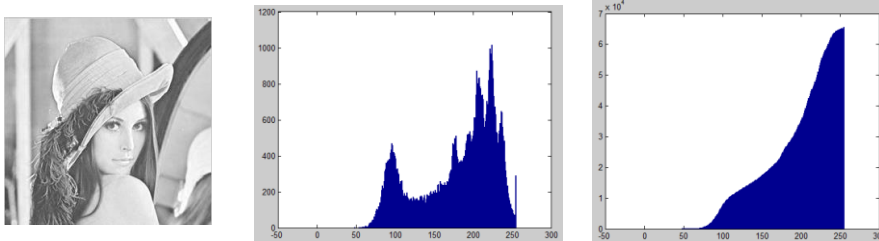
$$S_k = T(r_k) = \sum_{j=0}^k n_j = \sum_{j=0}^k P_r(r_j)$$

onde:

$$0 \leq r_k \leq 1 \quad ; \quad k = 0, 1, \dots, L-1$$

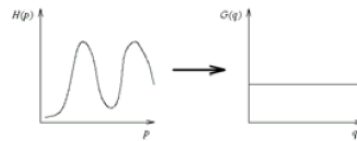
# Equalização do Histograma

- Função de distribuição acumulada
  - ▣ Cada bin representa a soma de todos os *bins* anteriores (ele incluso)



# Equalização do Histograma

- Aumenta o contraste geral na imagem espalhando a distribuição de níveis de cinza

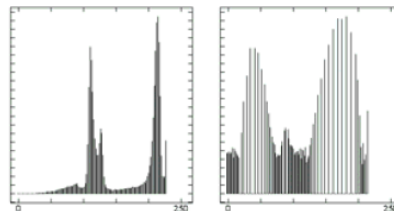


- Exemplo

- ▣ Dada uma imagem de  $n \times m$  pixels e “L” níveis de cinza.

- ▣ Número ideal de pixels em cada nível

- $l = (n \times m) / L$



## Equalização do Histograma

- Considerando uma função de distribuição uniforme, a equalização pode ser obtida fazendo

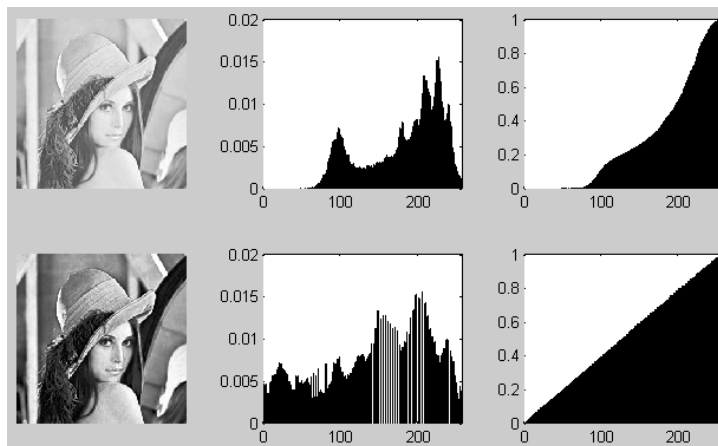
$$s_k = T(r_k) = \text{ARRED}\left(L-1 \sum_{j=0}^k P_r(r_j)\right)$$

onde:

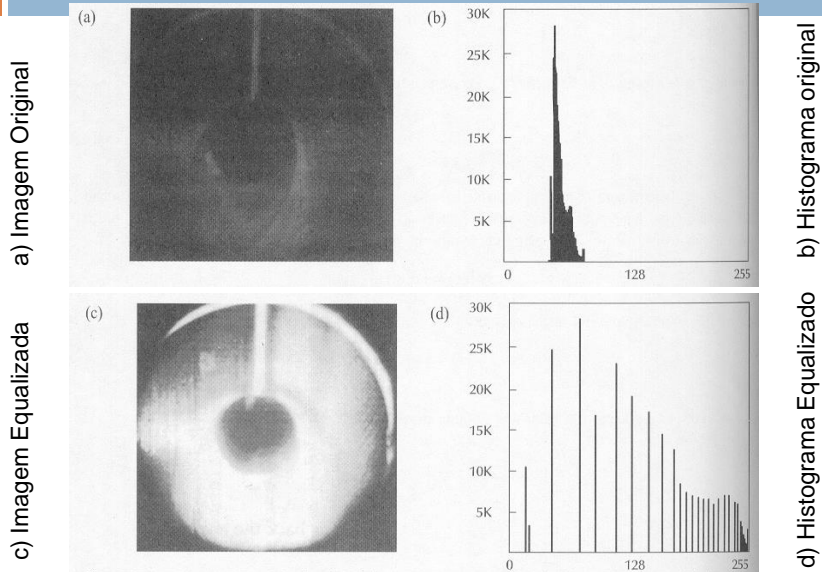
$$0 \leq r_k \leq 1 \quad ; k = 0, 1, \dots, L-1$$

- A imagem processada é obtida percorrendo-se toda a imagem e, para cada pixel com intensidade  $r_k$ , substituí-lo por  $s_k$

## Equalização do Histograma



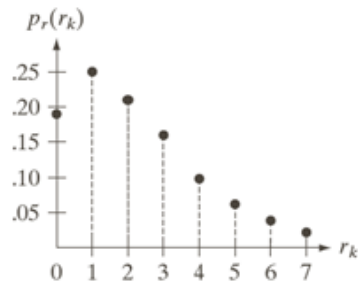
# Equalização do Histograma



# Equalização do Histograma

- Considere uma imagem de:
  - 3 bits ( $L=8$ )
  - dimensão  $64 \times 64$  ( $n = 4096$ )
  - distribuição de intensidade conforme tabela

$r_k$	$n_k$	$P_r(r_k)$
0	790	0.19
1	1023	0.25
2	850	0.21
3	656	0.16
4	329	0.08
5	245	0.06
6	122	0.03
7	81	0.02



## Equalização do Histograma

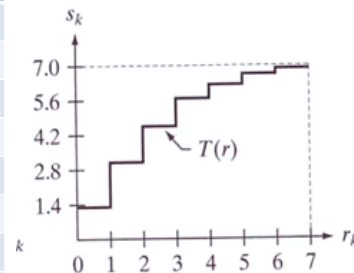
- Calculando a
  - ▣ Função de distribuição acumulada (*cdf*)

$r_k$	$n_k$	$P_r(r_k)$	<i>cdf</i>
0	790	0.19	0.19
1	1023	0.25	0.44
2	850	0.21	0.65
3	656	0.16	0.81
4	329	0.08	0.89
5	245	0.06	0.95
6	122	0.03	0.98
7	81	0.02	1.00

## Equalização do Histograma

- Calculando a
  - ▣  $T_r(r_k)$  para o intervalo  $[0,7]$

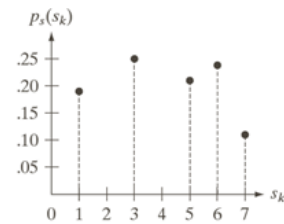
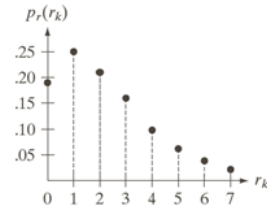
$r_k$	$n_k$	$P_r(r_k)$	<i>cdf</i>	$T_r(r_k)$
0	790	0.19	0.19	$7 * 0.19 = 1.33$
1	1023	0.25	0.44	$7 * 0.44 = 3.08$
2	850	0.21	0.65	$7 * 0.65 = 4.55$
3	656	0.16	0.81	5.67
4	329	0.08	0.89	6.23
5	245	0.06	0.95	6.65
6	122	0.03	0.98	6.86
7	81	0.02	1.00	7.00



# Equalização do Histograma

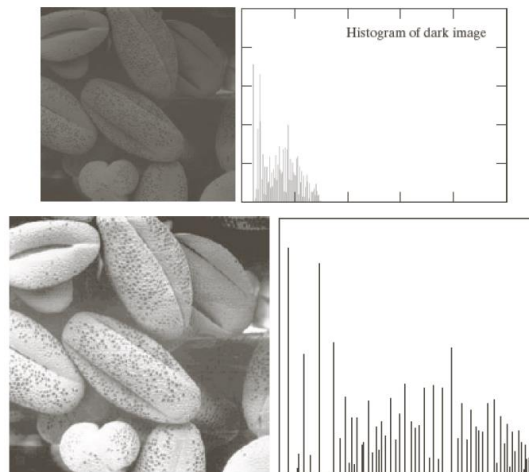
- Calculando a  $s_k$  e  $P_s(s_k)$

$r_k$	$n_k$	$P_r(r_k)$	$cdf$	$T_r(r_k)$	$s_k$	$P_s(s_k)$
0	790	0.19	0.19	1.33	1	0.19
1	1023	0.25	0.44	3.08	3	0.25
2	850	0.21	0.65	4.55	5	0.21
3	656	0.16	0.81	5.67	6	
4	329	0.08	0.89	6.23	6	0.24
5	245	0.06	0.95	6.65	7	
6	122	0.03	0.98	6.86	7	
7	81	0.02	1.00	7.00	7	0.11



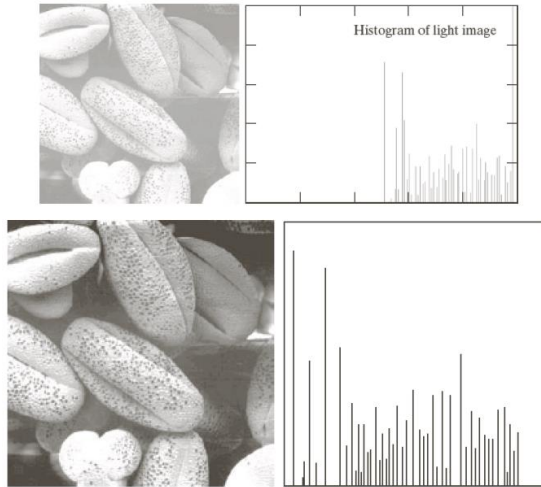
# Equalização do Histograma

- Exemplo 1



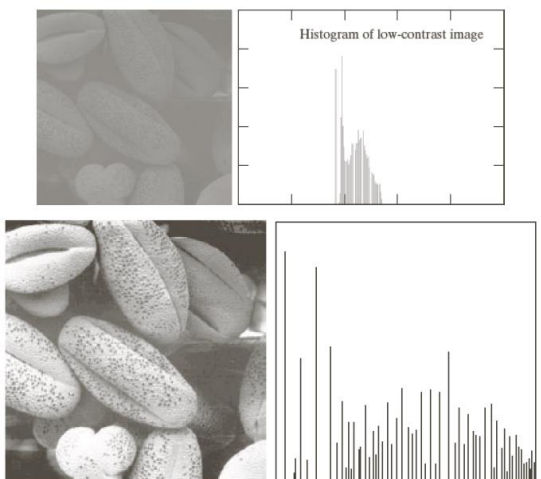
## Equalização do Histograma

### Exemplo 2



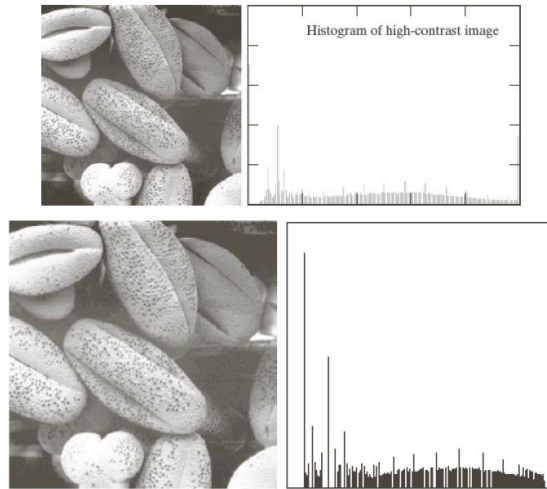
## Equalização do Histograma

### Exemplo 3



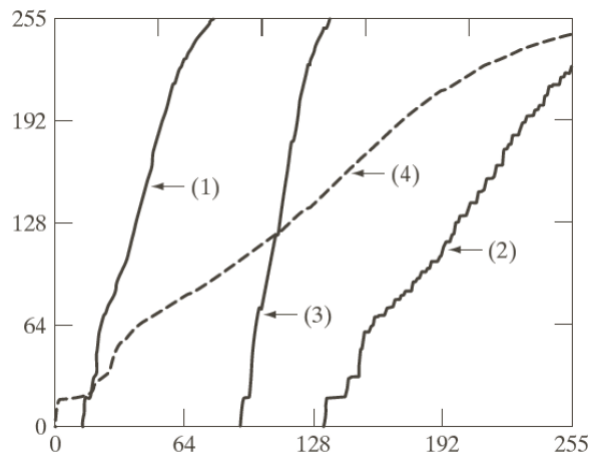
# Equalização do Histograma

## Exemplo 4



# Equalização do Histograma

## Histogramas acumulados (Exemplos 1-4)



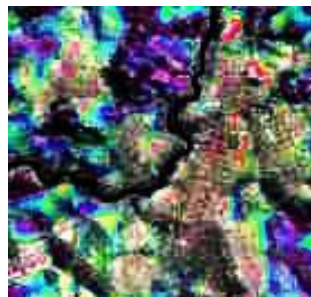
## Equalização de histograma em imagens coloridas

- Basicamente, o processo de equalização é aplicado a cada canal da imagem



## Equalização de histograma em imagens coloridas

- No modelo RGB, equalizar o histograma dos diferentes canais pode produzir uma imagem com cores bastante diferentes.



## Dúvida

- O que fazer quando não se quer uma distribuição uniforme dos níveis de cinza, mas sim outro tipo de distribuição?

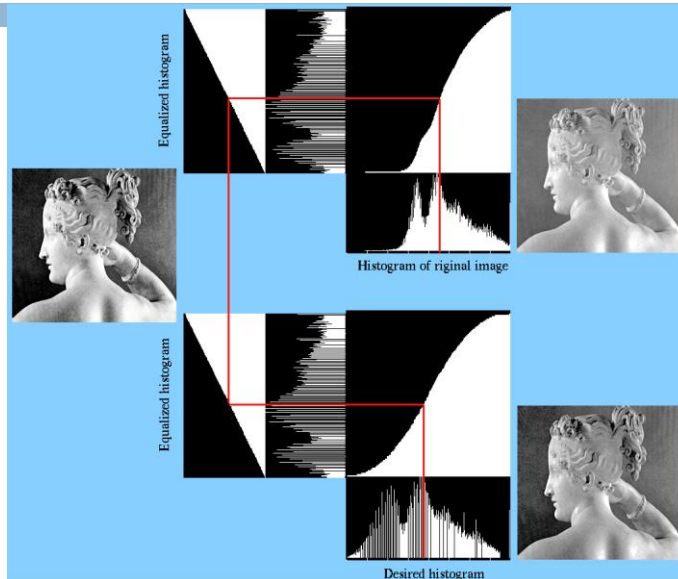
## Especificação de histogramas

- Ideia
  - ▣ Permitir especificar o formato do histograma que a imagem de processada deve ter;
  - ▣ Dada a imagem de entrada e um histograma, o objetivo é transformar o histograma da imagem de entrada o mais próximo possível do histograma dado.

# Especificação de histogramas

- Como fazer isso?
  - ▣ Temos que fazer o mapeamento do histograma equalizado da imagem com o do histograma desejado (também equalizado)
  - ▣ Notação
    - $P_r(r_k) \rightarrow$  histograma da imagem de entrada
    - $P_z(z_q) \rightarrow$  histograma especificado
    - $H(r_k) \rightarrow$  histograma acumulado da imagem de entrada
    - $H(z_q) \rightarrow$  histograma especificado acumulado
    - $s_k = T(r_k) \rightarrow$  função de equalização
    - $v_i = G(z_q) \rightarrow$  função de equalização

# Especificação de histogramas



## Especificação de histogramas

- Exemplo
  - ▣ Converter  $P_r(r_k)$  em  $P_z(z_q)$

$r_k$	$P_r(r_k)$	$H(r_k)$	$s_k = T(r_k)$	$e(?)$	$z_q$	$P_z(z_q)$	$H(z_q)$	$v_t = G(z_q)$
0	0				0	0		
1	0.1				1	0.1		
2	0.1				2	0.2		
3	0.3				3	0.4		
4	0				4	0.2		
5	0				5	0.1		
6	0.4				6	0		
7	0.1				7	0		

## Especificação de histogramas

- Exemplo
  - ▣ Calcular os histogramas acumulados e a função de equalização

$r_k$	$P_r(r_k)$	$H(r_k)$	$s_k = T(r_k)$	$e(?)$	$z_q$	$P_z(z_q)$	$H(z_q)$	$v_t = G(z_q)$
0	0	0	0		0	0	0	0
1	0.1	0.1	1		1	0.1	0.1	1
2	0.1	0.2	1		2	0.2	0.3	2
3	0.3	0.5	4		3	0.4	0.7	5
4	0	0.5	4		4	0.2	0.9	6
5	0	0.5	4		5	0.1	1	7
6	0.4	0.9	6		6	0	1	7
7	0.1	1	7		7	0	1	7

## Especificação de histogramas

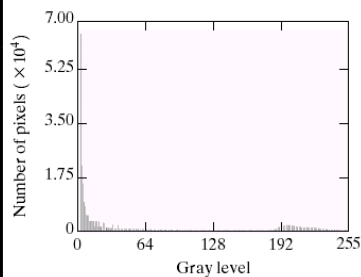
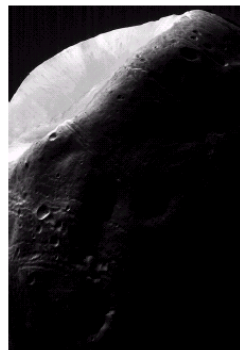
### Exemplo

- O novo valor de  $r_k$ ,  $e$ , será o valor correspondente de  $z_q$  de tal modo que  $|s_k - z_q|$  seja mínimo

$r_k$	$P_r(r_k)$	$H(r_k)$	$s_k = T(r_k)$	$e(?)$	$z_q$	$P_z(z_q)$	$H(z_q)$	$v_t = G(z_q)$
0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0.1	0.1	1	1	1	0.1	0.1	1
2	0.1	0.2	1	1	2	0.2	0.3	2
3	0.3	0.5	4	3	3	0.4	0.7	5
4	0	0.5	4	3	4	0.2	0.9	6
5	0	0.5	4	3	5	0.1	1	7
6	0.4	0.9	6	4	6	0	1	7
7	0.1	1	7	5	7	0	1	7

## Equalização x Especificação

### Exemplo

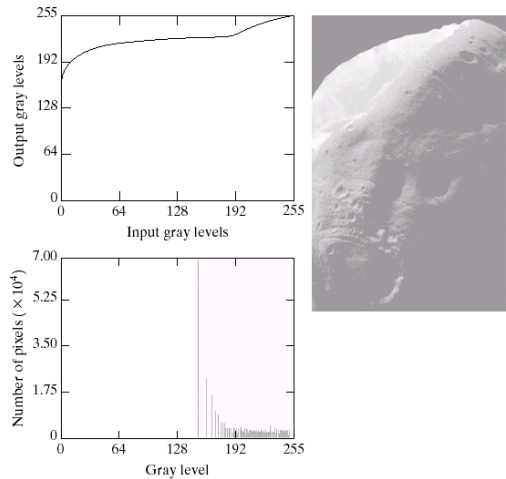


a b

**FIGURE 3.20** (a) Image of the Mars moon Phobos taken by NASA's *Mars Global Surveyor*. (b) Histogram. (Original image courtesy of NASA.)

# Equalização x Especificação

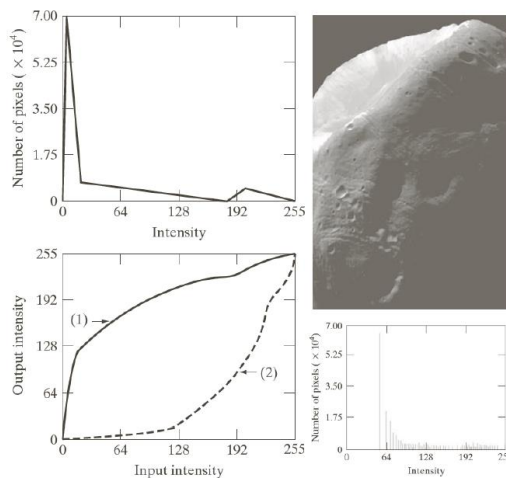
## Exemplo: Equalização



**FIGURE 3.21**  
 (a) Transformation function for histogram equalization.  
 (b) Histogram-equalized image (note the washed-out appearance).  
 (c) Histogram of (b).

# Equalização x Especificação

## Exemplo: Especificação



**FIGURE 3.22**  
 (a) Specified histogram.  
 (b) Curve (1) is from Eq. (3.3-14), using the histogram in (a); curve (2) was obtained using the iterative procedure in Eq. (3.3-17).  
 (c) Enhanced image using mappings from curve (2).  
 (d) Histogram of (c).

## Equalização x Especificação

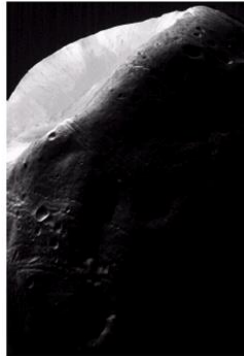


Imagem original



Equalização



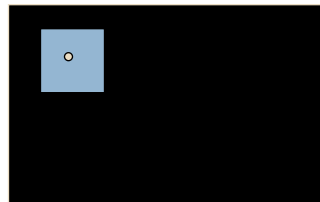
Especificação

## Processamento local de histograma

- Equalização e especificação de histogramas são métodos globais
  - ▣ Transformação é executada usando todos os pixels da imagem;
- Transformações globais não são apropriadas para realçar pequenos detalhes na imagem
  - ▣ O número de pixels nestas áreas pode ser bem pequeno, contribuindo muito pouco para a execução da transformação.

## Processamento local de histograma

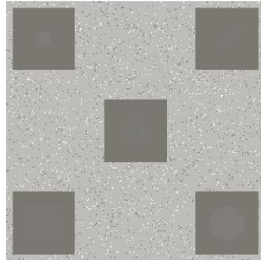
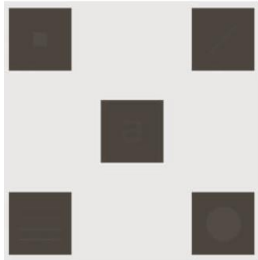
- Ideia
  - ▣ Definir funções de transformação baseadas na distribuição de intensidade de uma vizinhança de pixels da imagem.
- Trata-se de um realce local



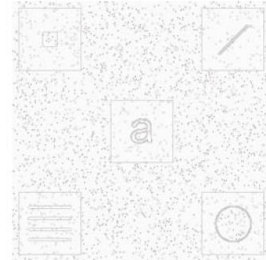
## Processamento local de histograma

- É útil para realçar detalhes de áreas pequenas
  - ▣ É obtido aplicando a equalização/especificação de histograma para uma vizinhança de cada pixel da imagem (janela).
  - ▣ Somente o valor do pixel centrado na vizinhança é modificado.
  - ▣ O centro da janela é então movido para o pixel adjacente e o procedimento é repetido.
  - ▣ Alto custo computacional

## Processamento local de histograma



Equalização global



Equalização local  
janela 3x3

## Uso de estatística para processar histogramas – Realce Local

- Seja  $r$  uma variável aleatória correspondendo uma intensidade luminosa no intervalo  $[0, L-1]$
- Seja  $p(r_i)$  a componente do histograma normalizado para  $r_i$ .

## Uso de estatística para processar histogramas – Realce Local

- O  $n^{\text{th}}$  momento de  $r$  é dado por

$$\mu_n(r) = \sum_{i=0}^{L-1} (r_i - m)^n p(r_i),$$

$$m = \sum_{i=0}^{L-1} r_i \cdot p(r_i),$$

- Um momento importante é  $n = 2$  (variância)

$$\mu_2(r) = \sum_{i=0}^{L-1} (r_i - m)^2 p(r_i)$$

## Uso de estatística para processar histogramas – Realce Local

- Exemplo

$L = 4$ , imagem 5x5

0 0 1 1 2

$$p(r_0) = 6/25 = 0.24$$

1 2 3 0 1

$$p(r_1) = 7/25 = 0.28$$

3 3 2 2 0

$$p(r_2) = 7/25 = 0.28$$

2 3 1 0 0

$$p(r_3) = 5/25 = 0.20$$

1 1 3 2 2

$$m = \sum_{i=0}^3 r_i \cdot p(r_i)$$

$$m = (0)0.24 + (1)0.28 + (2)0.28 + (3)0.20 = 1.44$$

## Uso de estatística para processar histogramas – Realce Local

### □ Sejam

- $m_G, \sigma_G$  - media e desvio padrão a imagem
- $m_{S_{xy}}, \sigma_{S_{xy}}$  - media e desvio padrão na vizinhança

$$g(x, y) = \begin{cases} E \cdot f(x, y) & \text{se } m_{S_{xy}} \leq k_0 m_G \text{ AND } k_1 \sigma_G \leq \sigma_{S_{xy}} \leq k_2 \sigma_G \\ f(x, y) & \end{cases}$$

### □ Em que

- $k_0$ : valor positivo, menor que 1
- $k_1$  e  $k_2$ : valores positivos maiores que 1 para melhorar áreas claras
- $k_1$  e  $k_2$ : valores positivos menores que 1 para melhorar áreas escuras

## Uso de estatística para processar histogramas – Realce Local

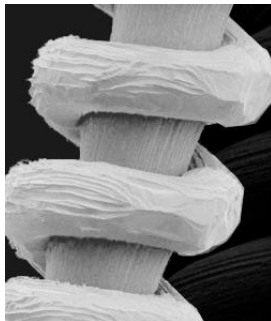


Imagem original

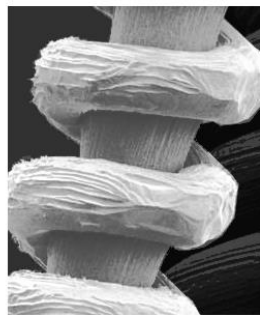


imagem equalizada

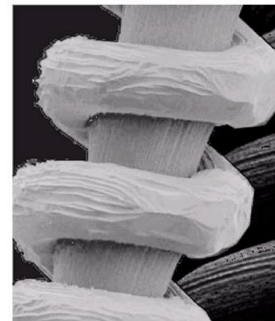


imagem processada estatisticamente  
( $E=4$ ;  $k_0=0.4$ ,  $k_1 = 0.02$ ,  $k_2=0.4$  e uma vizinhança  $3 \times 3$ ). – melhora áreas escuras.