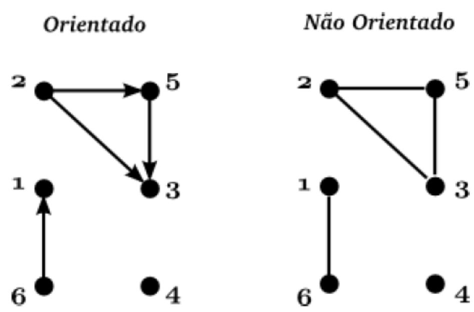
Universidade Federal de Uberlândia - UFU
Faculdade de Computação - FACOM
Lista de exercícios de estrutura de dados em linguagem C

Exercícios: Grafos

1. Defina o que é um subgrafo.
2. Defina o que é um grafo bipartido.
3. Defina o que é um grafo conexo. E um desconexo?
4. O que são grafos isomorfos? Desenhe um exemplo.
5. Defina o que é um grafo Hamiltoniano.
6. Defina o que é um grafo Euleriano.
7. Desenhe as versões não orientadas e orientadas do grafo $G(V, E)$, onde $V = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ e $E = \{(2, 5), (6, 1), (5, 3), (2, 3)\}$.
8. Defina os grafos ilustrados abaixo

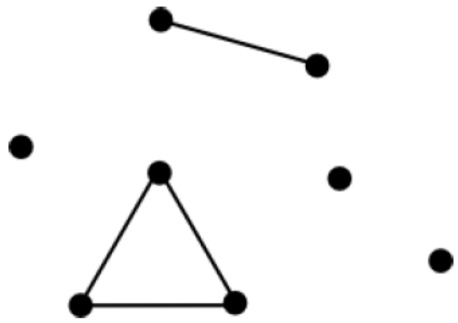


9. Defina e desenhe os grafos não orientados completos com 4, 5 e 6 vértices.
10. Dê um exemplo de um grafo em que cada vértice é adjacente a dois outros vértices e cada aresta é adjacente a duas outras arestas
11. Quantas arestas tem um grafo com 3 vértices de grau 3 e um vértice de grau 5?
12. Em um grafo com n vértices e m arestas, qual a soma dos graus de todos os vértices? Observe que, em um grafo não orientado, cada aresta soma 1 ao grau de cada vértice em que incide e cada aresta incide somente sobre dois vértices. Em um grafo orientado, por outro lado, cada aresta soma 1 ao grau de cada vértice em que incide, porém, cada aresta incide somente sobre um vértice.
13. Sabendo que cada vértice tem pelo menos grau 3, qual o maior número possível de vértices em um grafo com 35 arestas? Lembre-se que a soma dos graus dos vértices é igual a duas vezes o número de arestas. Se cada aresta liga dois vértices teríamos 70 vértices de grau 1.
14. Quantas arestas possui um grafo completo com n vértices? E um grafo orientado completo com n vértices?

15. Faça uma função para obter todos os nós adjacentes (vizinhos) a um nó do grafo, dado que o grafo é representado por uma **matriz de adjacências**.

16. Faça uma função para obter todos os nós adjacentes (vizinhos) a um nó do grafo, dado que o grafo é representado por uma **lista de adjacências**.

17. Quantas componentes conexas tem o seguinte grafo?



18. Descreva com suas palavras o funcionamento de um algoritmo de busca em profundidade. Dê dois exemplos de aplicação real desse algoritmo.

19. Descreva com suas palavras o funcionamento de um algoritmo de busca em largura. Dê dois exemplos de aplicação real desse algoritmo.

20. Descreva com suas palavras o funcionamento de um algoritmo de busca pelo menor caminho. Dê dois exemplos de aplicação real desse algoritmo.

21. Dado o dígrafo $G = (V, E)$ sendo $V = M, N, O, P, Q, R, S$ e

$$\begin{aligned} E =& \{(M,S),(N,O),(P,R),(N,S),(O,M),(N,Q),(O,M), \\ & (P,P),(S,M),(O,N),(S,M),(N,R),(P,M),(M,S)\} \end{aligned}$$

    (a) Especifique, caso exista, um caminho simples desde o vértice M até o vértice S.
    (b) Especifique, caso exista, um ciclo simples, envolvendo pelo menos 4 nós.
    (c) O dígrafo é conexo ou não conexo?
    (d) Qual o grau dos vértices N e R.
    (e) Represente o dígrafo utilizando representação por lista de adjacência.
    (f) Represente o dígrafo utilizando representação por matriz de adjacência.

22. Implemente um algoritmo para verificar se um grafo é acíclico utilizando o algoritmo de busca em profundidade.

23. Escreva uma versão não recursiva do algoritmo de busca em profundidade.

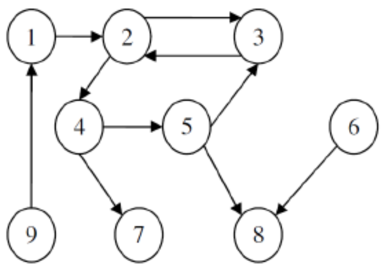
24. Exemplifique com algumas situações de uso dos grafos e justifique.

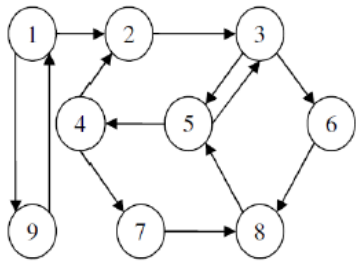
25. Os Turistas Jensen, Leuzingner, Dufour e Medeiros se encontram em um bar de Paris e começam a conversar. As línguas disponíveis são o inglês, o francês, o português e o alemão. Jensen fala todas. Leuzingner não fala apenas o português. Dufour fala francês e alemão. Medeiros fala inglês e português. Represente por meio de um digrafo todas as possibilidades de um deles dirigir a palavra a outro, sendo compreendido.

26. Você usaria uma lista de adjacência ou uma matriz de adjacência em cada um dos casos abaixo? Justifique sua escolha.

    (a) O grafo tem 10.000 vértices e 20.000 arestas, e é importante usar tão pouco espaço quanto possível.
    (b) O grafo tem 10.000 vértices e 20.000.000 arestas, e é importante usar tão pouco espaço quanto possível.
    (c) Você deve ter a aresta adjacente tão rápido quanto possível, sem se importar quanto espaço você usa.

27. Dado os grafos abaixo, mostre o resultado da busca em largura e em profundidadecomeçando do vértice 1.





28. Seja um grafo G cujos vértices são os inteiros de 1 a 8 e os vértices adjacentes a cada vértice são dados pela tabela abaixo:

Vértice	Vértices Adjacentes
1	2 3 4
2	1 3 4
3	1 2 4
4	1 2 3 6
5	6 7 8
6	4 5 7
7	5 6 8
8	5 7

    (a) Desenhe o grafo G.
    (b) Represente o grafo por meio de uma matriz de adjacência.
    (c) Represente o grafo por meio de uma lista de adjacência.

29. Dada a matriz de adjacências de uma grafo de N vértices, faça um algoritmo que determine se esse grafo é orientado ou não-orientado.

30. Por que, em uma matriz de adjacências, verificar a existência de uma aresta é $O(1)$.

31. Qual método usa mais espaço, listas de adjacência ou matriz de adjacência e porquê?

32. Escreva um algoritmo que verifique se dois grafos G1 e G2 não são isomorfos com base no número de vértices e arestas e, também, comparando a lista ordenada dos graus de seus vértices.

33. Escreva um algoritmo que recebe um caminho e verifica se ele é um ciclo
34. Escreva um algoritmo que recebe um caminho e verifica se ele é um ciclo simples
35. Considere a seguinte representação de um grafo com 8 vértices e 9 arestas usando listas de adjacências

    ```
    A: E F B
    B: A
    C: G D F
    D: H G C
    E: A
    F: A G C
    G: D F C
    H: D
    ```

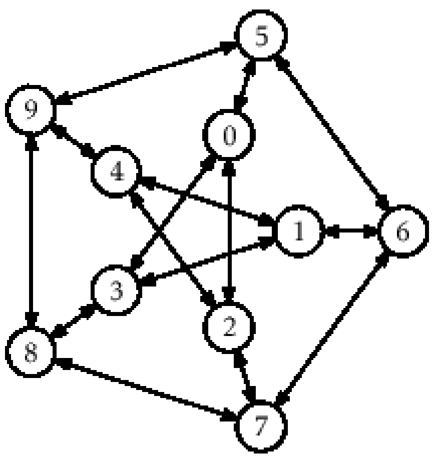
    Mostre o resultado da busca em em largura e em profundidade a partir do vértice A. Mostre também a distância de cada vértice ao vértice A.

36. Considere a seguinte representação de um grafo usando listas de adjacências:

    ```
    A: F B
    B: A F
    C: D I
    D: E C I
    E: D J I
    F: A B
    G: H
    H: G
    I: J E C D
    J: I E
    ```

    Obtenha os componentes conectados de um grafo usando o algoritmo de busca em profundidade.

37. Partindo do vértice 0, mostre o resultado da busca em largura e da busca em profundidade para o grafo abaixo.



38. Implemente a TAD Grafo utilizando uma matriz de adjacências para armazenar os vértices e arestas.

39. Implemente a TAD Grafo utilizando uma lista de adjacências para armazenar os vértices e arestas.

40. Utilizando os conceitos de grafos, defina uma árvore.

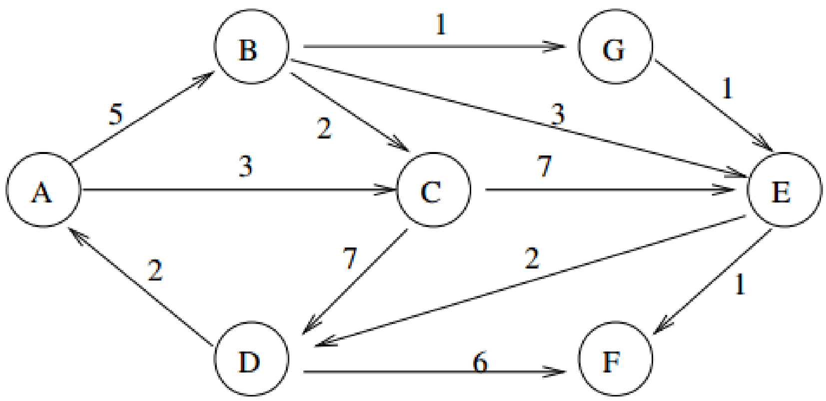
41. Descreva como você pode encontrar o caminho para sair de um labirinto. Você tem um saco de moedas antigas com você.

42. Dizemos que um grafo G é fortemente ligado se para cada par de vértices há um caminho ligando eles. Como podemos testar se um grafo é fortemente ligado.

43. Crie um programa para ler um grafo a partir de um arquivo e armazená-lo em uma estrutura de lista de adjacência. Crie um formato para o seu arquivo de entrada.

44. Construa um algoritmo para calcular o número de componentes conexas de um grafo G representado por lista de adjacência. Qual a complexidade no pior caso para o seu algoritmo.

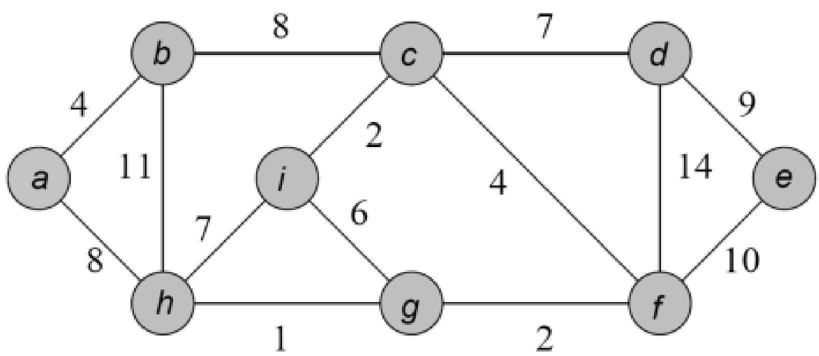
45. Encontre o caminho mais curto a partir de A a todos os outros vértices do grafo abaixo. Encontre o caminho de custo mínimo a partir de B a todos os outros vértices.



46. Modifique a busca em profundidade para encontrar os componentes fortemente conectados.

47. Encontre a árvore geradora mínima do seguinte grafo:

   - Usando o algoritmo de Krukal.
   - Usando o algoritmo de Prim, começando a partir do vértice no extremo esquerdo



48. Considere uma árvore geradora com n vértices. Quantas arestas têm essa árvore?

49. Considere o seguinte enunciado:

    - Existem 8 pequenas ilhas em um arquipélago e o governo deseja construir 7 pontes conectando-as de forma que cada ilha possa ser alcançada de qualquer outra ilha através de uma ou mais pontes;
    - O custo de construção de uma ponte é proporcional ao seu comprimento;
    - As distâncias entre os pares de ilhas são dados na tabela abaixo;

    Ache quais pontes devem ser construídas para que o custo da construção seja mínimo.

	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**
1	-	240	210	340	280	200	345	120
2	-	-	265	175	215	180	185	155
3	-	-	-	260	115	350	435	195
4	-	-	-	-	160	330	295	230
5	-	-	-	-	-	360	400	170
6	-	-	-	-	-	-	175	205
7	-	-	-	-	-	-	-	305
8	-	-	-	-	-	-	-	-

50. Ache a Árvore Geradora Mínima do grafo abaixo utilizando o Algoritmo de Prim começando do vértice A.

$$\left[\begin{array}{ccccccccccc}
 & A & B & C & D & E & F & G & H & I & J \\
A & 0 & 15 & 10 & 19 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
B & 15 & 0 & 0 & 7 & 17 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
C & 10 & 0 & 0 & 16 & 0 & 14 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
D & 19 & 7 & 16 & 0 & 12 & 6 & 3 & 0 & 0 & 0 \\
E & 0 & 17 & 0 & 12 & 0 & 0 & 20 & 13 & 0 & 0 \\
F & 0 & 0 & 14 & 6 & 0 & 0 & 9 & 0 & 5 & 0 \\
G & 0 & 0 & 0 & 3 & 20 & 9 & 0 & 4 & 1 & 11 \\
H & 0 & 0 & 0 & 0 & 13 & 0 & 4 & 0 & 0 & 2 \\
I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5 & 1 & 0 & 0 & 18 \\
J & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 11 & 2 & 18 & 0
\end{array}\right]$$

51. É necessário verificar se o grafo é conexo antes de executar o algoritmo de Prim?

52. Imagine que seu grafo está representado por uma lista de adjacência de forma que os vértices em cada lista estão ordenados pelos peso das arestas. Como você pode modificar o algoritmo de Prim nesse caso para tirar proveito dessa organização?

53. Podemos afirmar que o caminho entre dois vértices de um grafo que faz parte da árvore geradora mínima é o caminho mais curto entre esses dois vértices?