

Conversões em Sistemas de Numeração

José Gustavo de Souza Paiva

Conversões entre bases que são potências entre si

- Primeiro caso → base binária para base octal
 - Como $2^3 = 8$, podemos separar os bits de um número binário em grupos de três bits
 - Começando sempre da direita para a esquerda, e convertendo cada grupo de três bits para seu equivalente em octal, teremos a representação do número inteiro para octal

Conversões entre bases que são potências entre si

- Exemplo para o primeiro caso:
 - 10101001_2
 - 10_2
 - 101_2
 - 001_2
 - Como temos que
 - $010_2 = 2_8$
 - $101_2 = 5_8$
 - $001_2 = 1_8$
 - Portanto $10101001_2 = 251_8$

Conversões entre bases que são potências entre si

- Segundo caso → base binária para base hexadecimal
 - Como $2^4 = 16$, podemos separar os bits de um número binário em grupos de quatro bits
 - Começando sempre da direita para a esquerda, e convertendo cada grupo de quatro bits para seu equivalente em hexadecimal, teremos a representação do número inteiro para hexadecimal

Conversões entre bases que são potências entre si

- Exemplo para o segundo caso:
 - 11010101101_2
 - 110_2
 - 1010_2
 - 1101_2
 - Como temos que
 - $110_2 = 6_{16}$
 - $1010_2 = A_{16}$
 - $1101_2 = D_{16}$
 - Portanto $11010101101_2 = 6AD_{16}$

Conversões entre bases que são potências entre si

- Terceiro caso → base hexadecimal para octal
 - O método mais prático é converter para binário e em seguida para octal
 - Exemplo → 3F5H em octal
 - $3F5H = 011.1111.0101_2$ (convertendo cada dígito hexadecimal em 4 dígitos binários)
 - $01.111.110.101_2$ (agrupando de três em três bits)
 - 1765_8 (convertendo cada grupo de três bits para seu valor equivalente em octal)

Conversão de base qualquer para base decimal

- A melhor maneira de se realizar este tipo de conversão é utilizando a expressão vista
- $N_b = a_n \cdot b^n + \dots + a_2 \cdot b^2 + a_1 \cdot b^1 + a_0 \cdot b^0 + a_{-1} \cdot b^{-1} + a_{-2} \cdot b^{-2} + \dots + a_{-n} \cdot b^{-n}$
- Exemplo \rightarrow transformando 101101_2 para a base decimal
 - $101101_2 =$
 - $1 \times 2^5 + 0 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 =$
 - $32 + 0 + 8 + 4 + 0 + 1 =$
 - 45_{10}
- O algoritmo acima pode ser utilizado para transformar números de qualquer base para decimal

Conversão de base qualquer para base decimal

- Exemplos

- Converter 4F5H para a base 10

- Sabendo que $F_{16}=15_{10}$, temos:

- $$4 \times 16^2 + 15 \times 16^1 + 5 \times 16^0 = 4 \times 256 + 15 \times 16 + 5 = 1024 + 240 + 5 = 1269_{10}$$

- Converter 3485_9 para a base 10

- $3 \times 9^3 + 4 \times 9^2 + 8 \times 9^1 + 5 \times 9^0 = 3 \times 729 + 4 \times 81 + 8 \times 9 + 5 = 2187 + 324 + 72 + 5 = 2588_{10}$

Conversão de base qualquer para base decimal

- Exemplos

- Converter $1001,01_2$ para a base 10

- $1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 + 0 \times 2^{-1} + 1 \times 2^{-2} = 8 + 0 + 0 + 1 + 0 + 0,25 = 9,25_{10}$

- Converter $34,3_5$ para a base 10

- $3 \times 5^1 + 4 \times 5^0 + 3 \times 5^{-1} = 15 + 4 + 0,6 = 19,6_{10}$

Conversão da base decimal para uma base qualquer

- Este tipo de conversão emprega algoritmos que são o inverso dos apresentados anteriormente
- As partes inteiras e fracionárias dos números são tratadas separadamente
- **Parte Inteira**
 - O número decimal será dividido sucessivas vezes pela base
 - O resto de cada divisão ocupará sucessivamente as posições de ordem 0, 1, 2 e assim por diante até que o resto da última divisão (que resulta em quociente zero) ocupe a posição de mais alta ordem

Conversão da base decimal para uma base qualquer

- Exemplo $\rightarrow 19_{10}$ para a base binária

$$\begin{array}{r|l} 19 & 2 \\ \hline a_0 = 1 & 9 \\ a_1 = 1 & 4 \\ a_2 = 0 & 2 \\ a_3 = 0 & 1 \\ a_4 = 1 & 0 \end{array}$$

$19_{10} = 10011_2$

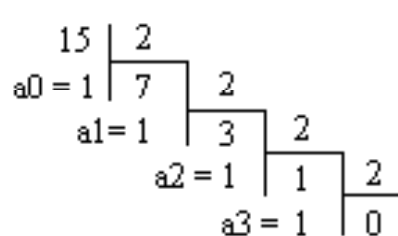
Conversão da base decimal para uma base qualquer

- **Parte Fracionária**

- O algoritmo para a parte fracionária consiste de uma série de multiplicações sucessivas do número fracionário a ser convertido pela base
- A parte inteira do resultado da primeira multiplicação será o valor da primeira casa fracionária e a parte fracionária será de novo multiplicada pela base, até o resultado dar zero ou até encontrarmos o número de casas decimais desejado

Conversão da base decimal para uma base qualquer

- Exemplo $\rightarrow 15,65_{10}$ para a base binária, com 5 e com 10 algarismos fracionários



Parte Inteira:
 $15_{10} = 1111_2$

Parte Fracionária:

Com 5 dígitos:	Ampliando para 10 dígitos:
$0,65 \times 2 = 1,3$	$0,8 \times 2 = 1,6$
$0,3 \times 2 = 0,6$	$0,6 \times 2 = 1,2$
$0,6 \times 2 = 1,2$	$0,2 \times 2 = 0,4$
$0,2 \times 2 = 0,4$	$0,4 \times 2 = 0,8$
$0,4 \times 2 = 0,8$	$0,8 \times 2 = 1,6$

O resultado da conversão será:

$15,65_{10} = 0,10100_2$ (com 5 dígitos)

$15,65_{10} = 0,1010011001_2$ (com 10 dígitos)

Com 5 dígitos fracionários:

$0,65 = 0,10100$

Com 10 dígitos fracionários:

$0,65 = 0,1010011001$

Conversão da base decimal para uma base qualquer

- Em ambos os casos, a conversão foi interrompida quando encontramos o número de algarismos fracionários solicitadas no enunciado
- No entanto, como não encontramos resultado 0 em nenhuma das multiplicações, poderíamos continuar efetuando multiplicações indefinidamente até encontrar (se encontrarmos) resultado zero
- No caso de interrupção por chegar ao número de dígitos especificado sem encontrar resultado zero, o resultado encontrado é aproximado
- Quanto maior o número de algarismos considerados, melhor será a aproximação

Conversão de Números entre duas bases quaisquer

- Para converter números de uma base **b** para uma outra base **b'**, o processo prático utilizado é converter da base **b** dada para a base 10 e depois da base 10 para a base **b'** pedida
- Exemplo → converter 43_5 para a base 9
 - $43_5 = (4 \times 5^1 + 3 \times 5^0)_{10} = 23_{10}$
 - $23/9 = 2$ (resto $5 < 9$)
 - Logo $43_5 = 23_{10} = 25_9$

Exercícios

- Qual o decimal equivalente a 11011011_2 ?
- Qual o octal equivalente a 11011011_2 ?
- Qual o hexadecimal equivalente a 11011011_2 ?
- Qual o binário equivalente à sua idade? Qual seus equivalentes octal, decimal e hexadecimal?
- Qual o maior binário que pode ser representado por uma série de **16** bits? Qual seus equivalentes octal, decimal e hexadecimal?

Exercícios

- Converter os seguintes números decimais para números binários
 - 39
 - 0,4475
 - 256,75
 - 129,5625
- Realize as seguintes conversões
 - 35_6 para binário
 - $44,3_8$ para hexadecimal
 - 100101_2 para base 5

Referências

- Rui Mano, Organização de Computadores
 - <http://wwwusers.rdc.puc-rio.br/rmano/index.html>