



Lista de exercícios 2 – propriedades semânticas e métodos de determinação

- Sejam A e B formulas. Classifique as afirmações a seguir em verdadeiras ou falsas, justificando sua resposta.
 - Se A é satisfatível, então $\neg A$ é satisfatível
 - A é tautologia se $\neg A$ é contraditória.
 - A é tautologia se A é satisfatível.
 - Se A é contraditória, então $\neg A$ é satisfatível.
 - Se $A \models B$ e A é tautologia, então B é tautologia.
 - Se $A \models B$ e B é tautologia, então A é tautologia.
- Para cada uma das sentenças abaixo, dizer se é contraditória, satisfatível ou válida:
 - $P \rightarrow P$
 - $P \rightarrow \neg P$
 - $\neg P \rightarrow P$
 - $P \leftrightarrow P$
 - $P \rightarrow (Q \rightarrow P)$
 - $(P \rightarrow (Q \vee R)) \rightarrow (P \wedge (Q \rightarrow \neg R))$
 - $(P \vee R) \wedge (Q \vee R) \rightarrow (P \wedge Q) \vee R$
 - $P \rightarrow Q \rightarrow (P \wedge Q)$
- Quando possível, encontre uma interpretação que torne falsa cada uma das fórmulas abaixo. Quando não for possível, justifique.
 - $((P \rightarrow Q) \rightarrow (Q \rightarrow R)) \rightarrow (P \rightarrow R)$
 - $((P \rightarrow Q) \rightarrow R) \rightarrow (P \rightarrow (Q \rightarrow R))$
 - $((P \rightarrow Q) \rightarrow R) \rightarrow ((Q \rightarrow P) \rightarrow R)$

- (d) $(P \rightarrow (Q \rightarrow R)) \rightarrow (Q \rightarrow (P \rightarrow R))$
- (e) $(P \rightarrow Q) \rightarrow ((Q \rightarrow R) \rightarrow (P \rightarrow R))$
- (f) $((P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow R)) \rightarrow (P \rightarrow R)$
- (g) $((P \vee \neg Q) \wedge Q) \rightarrow (P \wedge Q)$
- (h) $P \rightarrow (\neg Q \rightarrow (\neg Q \rightarrow \neg P))$

4. Mostre que $(A \rightarrow B) \rightarrow A$ é uma tautologia se $A = (P \rightarrow P)$ e $B = Q$.

5. Verifique se as fórmulas abaixo são tautologias, contradições ou contingências.

- (a) $\neg(P \rightarrow Q) \rightarrow (P \rightarrow \neg Q)$
- (b) $((P \rightarrow Q) \rightarrow (Q \rightarrow R)) \rightarrow (P \rightarrow R)$
- (c) $((P \rightarrow Q) \rightarrow P) \rightarrow P$
- (d) $P \rightarrow ((\neg Q \wedge R) \rightarrow P)$
- (e) $(P \rightarrow Q) \vee (Q \rightarrow P)$
- (f) $\neg((P \vee \neg\neg R) \rightarrow Q) \wedge Q$
- (g) $\neg P \wedge \neg(P \rightarrow R)$
- (h) $(P \rightarrow Q) \rightarrow (Q \wedge P)$

6. Verifique usando tabelas de verdade a validade das seguintes fórmulas:

- (a) $P \wedge (Q \wedge R) \leftrightarrow (P \wedge Q) \wedge R$
- (b) $\neg(P \wedge Q) \leftrightarrow \neg P \vee \neg Q$
- (c) $P \vee (Q \vee R) \leftrightarrow (P \vee Q) \vee R$
- (d) $\neg(P \vee Q) \leftrightarrow \neg P \wedge \neg Q$
- (e) $((P \leftrightarrow Q) \leftrightarrow R) \leftrightarrow (P \leftrightarrow (Q \leftrightarrow R))$
- (f) $(P \rightarrow Q) \leftrightarrow (\neg Q \rightarrow \neg P)$
- (g) $(P \rightarrow Q) \vee (Q \rightarrow P)$
- (h) $((P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow R)) \rightarrow (P \rightarrow R)$
- (i) $P \vee (Q \wedge R) \leftrightarrow (P \vee Q) \wedge (P \vee R)$
- (j) $((P \rightarrow Q) \rightarrow P) \rightarrow P$
- (k) $P \wedge (Q \vee R) \leftrightarrow (P \wedge Q) \vee (P \wedge R)$
- (l) $(\neg P \rightarrow P) \rightarrow P$

7. Para as seguintes fórmulas, responda: Seja J uma interpretação que interpreta todas as fórmulas como sendo verdadeiras. Além disso, $J[P] = T$. O que se pode concluir a respeito de $J[Q]$ e $J[R]$, em cada um dos casos?

(a) $(\neg P \vee Q) \leftrightarrow (P \rightarrow Q)$

(b) $P \rightarrow ((Q \rightarrow R) \rightarrow ((P \rightarrow R) \rightarrow (P \rightarrow R)))$

(c) $(P \rightarrow \neg Q) \leftrightarrow \neg P$

(d) $(Q \rightarrow \neg P)$

(e) $(P \rightarrow (Q \rightarrow R)) \leftrightarrow ((P \wedge Q) \rightarrow R)$

(f) $(P \rightarrow Q) \rightarrow (((P \wedge Q) \leftrightarrow P) \wedge ((P \vee Q) \leftrightarrow Q))$

Adaptado de material cedido pelo prof. José Gustavo de Souza Paiva (FACOM-UFU).