



Lista de exercícios 3 – Relações semânticas entre conectivos, formas normais e dedução na lógica proposicional

1. Mostre que o conjunto $\{\neg, \wedge\}$ é completo. Basta mostrar que as fórmulas básicas podem ser reescritas usando-se somente os conectivos de negação e conjunção, além dos símbolos proposicionais (regras de conversão).
2. Verifique se os conjuntos que seguem são completos:
 - (a) $\{\wedge, \vee\}$
 - (b) $\{\rightarrow, \neg\}$
 - (c) $\{\neg\}$
 - (d) $\{\rightarrow, \wedge\}$
3. Determine as formas normais disjuntivas (fnd) e conjuntivas (fnc) das fórmulas que seguem:
 - (a) $(P \rightarrow Q) \leftrightarrow (R \wedge P)$
 - (b) $(P \leftrightarrow Q) \rightarrow (P \vee Q)$
4. Verifique a validade dos argumentos, usando *tableaux* semânticos ou resolução
 - (a) $R \rightarrow (P \vee Q), R, \neg P \vdash Q$
 - (b) $P \rightarrow Q, \neg Q, \neg P \rightarrow R \vdash R$
 - (c) $P \rightarrow Q, \neg Q, P \vee R \vdash R$
 - (d) $P \vee Q, P \rightarrow R, \neg R \vdash Q \vee S$
 - (e) $P \rightarrow (Q \rightarrow R), P \rightarrow Q, P \vdash R$
 - (f) $P, P \rightarrow \neg Q, \neg Q \rightarrow \neg S \vdash \neg S$
 - (g) $P \rightarrow Q, Q \rightarrow R, \neg R, \neg P \rightarrow S \vdash S$
 - (h) $P, P \vee Q, (P \vee Q) \rightarrow R \vdash R \vee S$
 - (i) $P \rightarrow (Q \vee R), Q \rightarrow S, R \rightarrow P_1 \vdash P \rightarrow (S \vee P_1)$

5. Verifique se a conclusão do argumento a seguir (“ele é correto”) é consequência lógica das afirmações anteriores, usando *tableaux* semânticos.
“Este argumento será incorreto somente se nem todas as suas premissas forem verdadeiras ou se ele for inválido. Entretanto ele é válido e todas as suas premissas são verdadeiras. Portanto, ele é correto.”
6. Repita o item anterior usando Resolução.
7. Determine quais conclusões a seguir estão logicamente corretas, usando um dos sistemas de dedução vistos.
 - (a) Se a temperatura e os ventos permanecerem constantes, não choverá. A temperatura não permaneceu constante. Logo, se chover, significa que os ventos não permaneceram constantes.
 - (b) Se x é positivo, então y é negativo. Se z é negativo, então y é negativo. Portanto, se x é positivo ou z é negativo, então y é negativo.