Modelo Vetorial

Wendel Melo
Faculdade de Computação
Universidade Federal de Uberlândia

Recuperação da Informação
Adaptado do Material da Profª Vanessa Braganholo - IC/UFF

Modelo Vetorial

- Proposto ao final da década de 1960 e ainda hoje é um dos modelos mais empregados;
- Busca suprir as limitações do modelo booleano:
  - Casamento entre consultas e documentos precisa ser exato;
  - Falta de ranqueamento.
- Permite casamentos parciais através da adoção de pesos não binários aos termos de indexação, tanto para documentos quanto para consultas;

Modelo Vetorial

- Documentos e consultas são representados como vetores em um espaço vetorial
  - A dimensão do espaço é dada pelo número de termos T no vocabulário da base de documentos.

- Assim, cada documento d_j é representado pelo vetor:

$$\vec{d_j} = (w_{1j}, w_{2j} , \dots , w_{Tj})$$

- E uma consulta q é representada por:

$$\vec{q} = (w_{1q}, w_{2q} , \dots , w_{Tq})$$

Modelo Vetorial

- Documentos e consultas são representados como vetores em um espaço vetorial
  - A dimensão do espaço é dada pelo número de termos T no vocabulário da base de documentos.

- Assim, cada documento d_j é representado pelo vetor:

$$\vec{d_j} = (w_{1j}, w_{2j} , \dots , w_{Tj})$$

- E uma consulta q é representada por:

$$\vec{q} = (w_{1q}, w_{2q} , \dots , w_{Tq})$$

Os elementos w_{ij} e w_{iq} dos vetores são pesos para os termos, tanto nos docs quanto nas consultas!

Modelo Vetorial

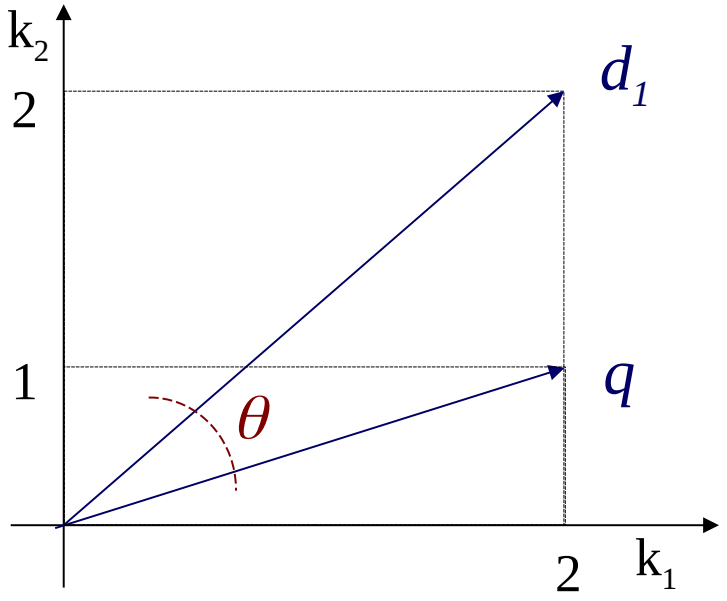
- Algum esquema de ponderação deve ser utilizado para o cálculo dos pesos w_{ij} e w_{iq};
  - **É comum o uso da ponderação TF-IDF**! Outros esquemas podem ser utilizados, todavia.
- Originalmente, estes pesos devem ser **não-negativos**!
- Documentos e consultas são representados como vetores em um espaço vetorial:
  - A similaridade entre um documento e uma consulta é calculada através da **similaridade entre seus respectivos vetores**!

Modelo Vetorial

Exemplo: Um vocabulário de dois termos, k_1 e k_2:

$\vec{d_1} = (2, 2)$

$\vec{q} = (2, 1)$

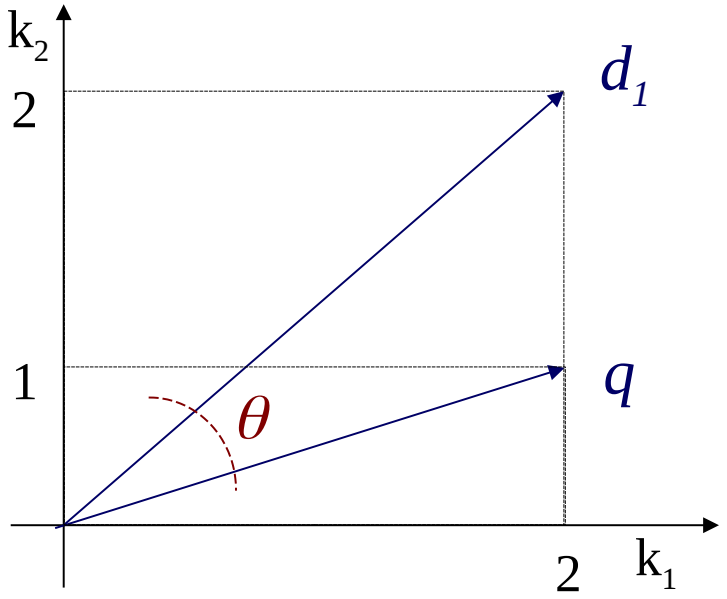


Modelo Vetorial

Exemplo: Um vocabulário de dois termos, k_1 e k_2:

$\vec{d_1} = (2, 2)$

$\vec{q} = (2, 1)$



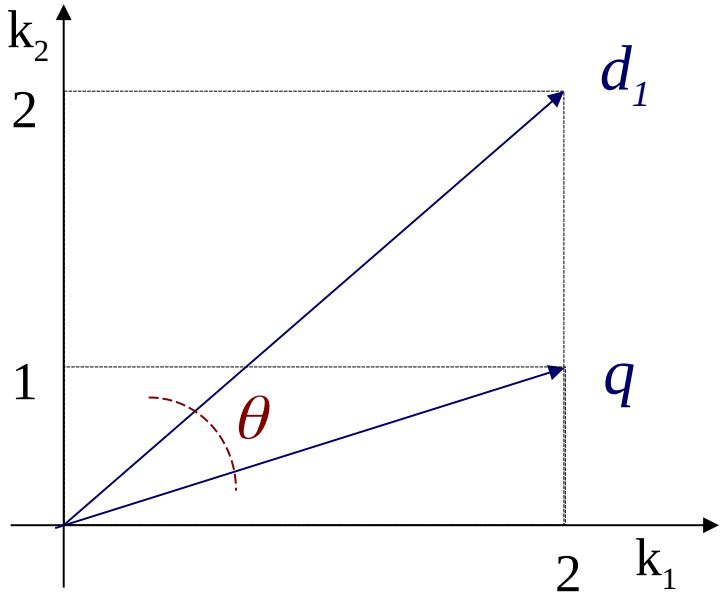
Pelo fato de haverem dois termos, os vetores estarão em R^2.

Modelo Vetorial

Exemplo: Um vocabulário de dois termos, k_1 e k_2:

$\vec{d}_1 = (2, 2)$

$\vec{q} = (2, 1)$



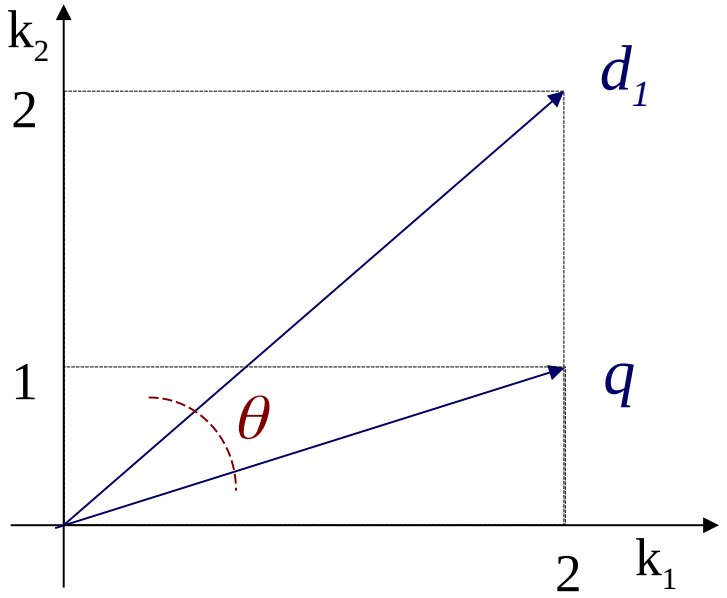
Como os pesos dos termos devem ser não negativos, os vetores dos documentos e consultas estarão no ortante positivo do espaço (no caso de R^2, será o primeiro quadrante).

Modelo Vetorial

Exemplo: Um vocabulário de dois termos, k_1 e k_2:

$\vec{d_1} = (2, 2)$

$\vec{q} = (2, 1)$



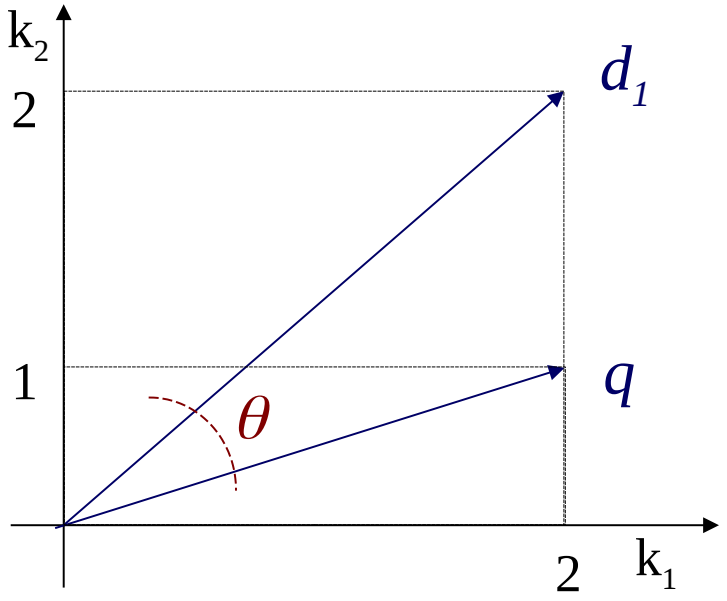
Quanto mais próximo de se sobreporem estiverem os vetores de d_1 e q, maior a similaridade entre documento e consulta.

Modelo Vetorial

Exemplo: Um vocabulário de dois termos, k_1 e k_2:

$\vec{d_1} = (2, 2)$

$\vec{q} = (2, 1)$



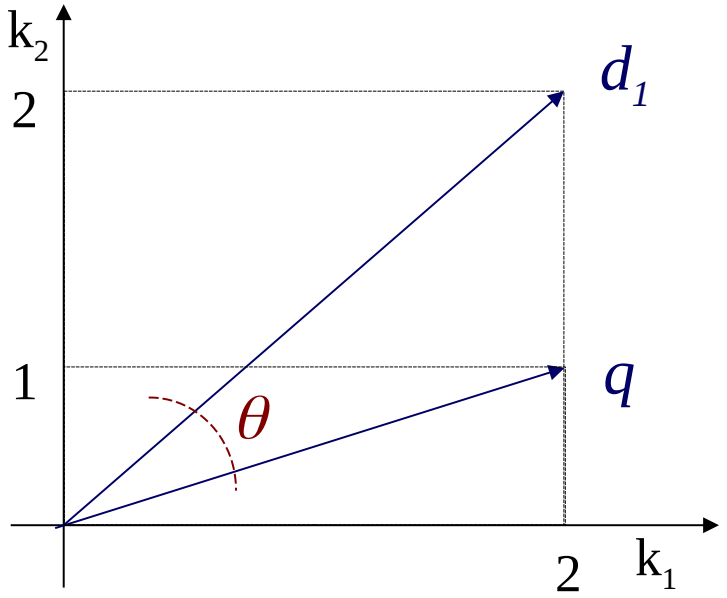
Assim, essa similaridade pode ser medida através do ângulo θ entre os vetores. Quanto mais fechado o ângulo, maior a similaridade.

Modelo Vetorial

Exemplo: Um vocabulário de dois termos, k_1 e k_2:

$\vec{d_1} = (2, 2)$

$\vec{q} = (2, 1)$



A similaridade entre o documento e a consulta é calculada através do cosseno do ângulo θ.

Modelo Vetorial

Dado um doc d_j representado pelo vetor: $d_j = (w_{1j}, w_{2j}, \ldots, w_{Tj})$,

e uma consulta q representada pelo vetor: $q = (w_{1q}, w_{2q}, \ldots, w_{Tq})$,

a similaridade entre o documento d_j e a consulta q é obtida através do cosseno do ângulo entre seus vetores:

$$sim\left(d_j, q\right) = \cos\theta = \frac{\sum_{i=1}^{T} w_{ij} \times w_{iq}}{\left(\sqrt{\sum_{i=1}^{T} w_{ij}^2}\right) \times \left(\sqrt{\sum_{i=1}^{T} w_{iq}^2}\right)}$$

, onde T é o número de termos no vocabulário

Modelo Vetorial

- **Por que é utilizado o cosseno do ângulo θ entre os vetores?**

$$sim\left(d_j, q\right) = \cos\theta = \frac{\sum_{i=1}^{T} w_{ij} \times w_{iq}}{\left(\sqrt{\sum_{i=1}^{T} w_{ij}^2}\right) \times \left(\sqrt{\sum_{i=1}^{T} w_{iq}^2}\right)}$$

Modelo Vetorial

- **Por que é utilizado o cosseno do ângulo θ entre os vetores?**
  - Porque sabemos que θ está 0º e 90º. Assim, seu cosseno estará entre 0 e 1. Quanto menor θ, maior seu cosseno!

$$sim\left(d_j, q\right) = \cos\theta = \frac{\sum_{i=1}^{T} w_{ij} \times w_{iq}}{\left(\sqrt{\sum_{i=1}^{T} w_{ij}^2}\right) \times \left(\sqrt{\sum_{i=1}^{T} w_{iq}^2}\right)}$$

Modelo Vetorial

- **Por que é utilizado o cosseno do ângulo θ entre os vetores?**
  - Porque sabemos que θ está 0º e 90º. Assim, seu cosseno estará entre 0 e 1. Quanto menor θ, maior seu cosseno!
- **Por que sabemos que θ está 0º e 90º?**

$$sim\left(d_j, q\right) = \cos\theta = \frac{\sum_{i=1}^{T} w_{ij} \times w_{iq}}{\left(\sqrt{\sum_{i=1}^{T} w_{ij}^2}\right) \times \left(\sqrt{\sum_{i=1}^{T} w_{iq}^2}\right)}$$

Modelo Vetorial

- **Por que é utilizado o cosseno do ângulo θ entre os vetores?**
  - Porque sabemos que θ está 0º e 90º. Assim, seu cosseno estará entre 0 e 1. Quanto menor θ, maior seu cosseno!
- **Por que sabemos que θ está 0º e 90º?**
  - Porque os pesos são não-negativos, o que faz que os vetores estejam no ortante positivo (no caso de R^2, o primeiro quadrante).

$$sim\left(d_j, q\right) = \cos\theta = \frac{\sum_{i=1}^{T} w_{ij} \times w_{iq}}{\left(\sqrt{\sum_{i=1}^{T} w_{ij}^2}\right) \times \left(\sqrt{\sum_{i=1}^{T} w_{iq}^2}\right)}$$

Modelo Vetorial

- Pode-se considerar que um documento d_j é relevante para uma consulta q se a similaridade entre d_j e q é superior a um determinado **patamar mínimo de similaridade**.

- Pode-se utilizar o próprio valor da similaridade para **ranquear** os documentos!

$$sim\left(d_j, q\right) = \cos\theta = \frac{\sum_{i=1}^{T} w_{ij} \times w_{iq}}{\left(\sqrt{\sum_{i=1}^{T} w_{ij}^2}\right) \times \left(\sqrt{\sum_{i=1}^{T} w_{iq}^2}\right)}$$

Exemplo - Modelo Vetorial - TF-IDF

- Considere uma base de 4 documentos com os termos A, B e C e uma consulta AB:

Documento	Conteúdo
1	A A A B
2	A A C
3	A A
4	B B

Exemplo - Modelo Vetorial - TF-IDF

- Considere uma base de 4 documentos com os termos A, B e C e uma consulta AB:

Documento	Conteúdo
1	A A A B
2	A A C
3	A A
4	B B

Começamos pelo cálculo dos IDFs, pois não variam de acordo com o documento

Exemplo - Modelo Vetorial - TF-IDF

- Considere uma base de 4 documentos com os termos A, B e C e uma consulta AB:

Documento	Conteúdo
1	A A A B
2	A A C
3	A A
4	B B

N: número de docs ;

f_{ij}: frequência do termo k_i no doc d_j;

n_i: número de docs com o termo k_i.

$$idf(A) = \log\left(\frac{N}{n_t}\right) = \left(\frac{4}{3}\right) = 0.1249$$

$$idf(B) = \log\left(\frac{4}{2}\right) = 0.3010$$

$$idf(C) = \log\left(\frac{4}{1}\right) = 0.6021$$

Exemplo - Modelo Vetorial - TF-IDF

- Considere uma base de 4 documentos com os termos A, B e C e uma consulta AB:

Documento	Conteúdo
1	A A A B
2	A A C
3	A A
4	B B

Calculamos os pesos no documentos segundo a expressão TF-IDF:

N: número de docs ;

f_{ij}: frequência do termo k_i no doc d_j;

n_i: número de docs com o termo k_i.

$$w_{ij} = \begin{cases} (1+\log(f_{ij})) \times idf(k_i) & , \text{se } f_{ij} \geq 1 \\ 0 & , \text{caso contrário} \end{cases}$$

Exemplo - Modelo Vetorial - TF-IDF

- Considere uma base de 4 documentos com os termos A, B e C e uma consulta AB:

Documento	Conteúdo
1	A A A B
2	A A C
3	A A
4	B B

$w_{A1} = (1 + \log 3) * 0.1249 = 0.1845$

$w_{B1} = (1 + \log 1) * 0.3010 = 0.3010$

$w_{C1} = 0$

$\overline{d}_1 = (0.1845,\ 0.3010,\ 0)$

Vetor de pesos do documento 1

Exemplo - Modelo Vetorial - TF-IDF

- Considere uma base de 4 documentos com os termos A, B e C e uma consulta AB:

Documento	Conteúdo
1	A A A B
2	A A C
3	A A
4	B B

$w_{A1} = (1 + \log 3) * 0.1249 = 0.1845$

$w_{B1} = (1 + \log 1) * 0.3010 = 0.3010$

$w_{C1} = 0$

$\overline{d}_1 = (0.1845,\ 0.3010,\ 0)$

$w_{A2} = (1 + \log 2) * 0.1249 = 0.1625$

$w_{B2} = 0$

$w_{C2} = (1 + \log 1) * 0.6021 = 0.6021$

$\overline{d}_2 = (0.1625,\ 0,\ 0.6021)$

Vetor de pesos do documento 2

Exemplo - Modelo Vetorial - TF-IDF

- Considere uma base de 4 documentos com os termos A, B e C e uma consulta AB:

Documento	Conteúdo
1	A A A B
2	A A C
3	A A
4	B B

$w_{A3} = (1 + \log 2) * 0.1249 = 0.1625$

$w_{B3} = 0$

$w_{C3} = 0$

$\overline{d}_3 = (0.1625,\ 0,\ 0)$

Vetor de pesos do documento 3

Exemplo - Modelo Vetorial - TF-IDF

- Considere uma base de 4 documentos com os termos A, B e C e uma consulta AB:

Documento	Conteúdo
1	A A A B
2	A A C
3	A A
4	B B

$w_{A3} = (1 + \log 2) * 0.1249 = 0.1625$

$w_{B3} = 0$

$w_{C3} = 0$

$\overline{d}_3 = (0.1625,\ 0,\ 0)$

$w_{A4} = 0$

$W_{B4} = (1 + \log 2) * 0.3010 = 0.3916$

$w_{C4} = 0$

$\overline{D}_4 = (0,\ 0.3916,\ 0)$

Vetor de pesos do documento 4

Exemplo - Modelo Vetorial - TF-IDF

- Considere uma base de 4 documentos com os termos A, B e C e uma consulta AB:

Documento	Conteúdo
1	A A A B
2	A A C
3	A A
4	B B

$\overline{d}_1 = (0.1845,\ 0.3010,\ 0)$

$\overline{d}_2 = (0.1625,\ 0,\ 0.6021)$

$\overline{d}_3 = (0.1625,\ 0,\ 0)$

$\overline{d}_4 = (0,\ 0.3916,\ 0)$

Calculamos o vetor de pesos da consulta segundo TF-IDF:

$w_{Aq} = (1 + \log 1) * 0.1249 = 0.1249$

$W_{Bq} = (1 + \log 1) * 0.3010 = 0.3010$

$w_{Cq} = 0$

$\overline{d}_q = (0.1249,\ 0.3010,\ 0)$

Exemplo - Modelo Vetorial - TF-IDF

- Considere uma base de 4 documentos com os termos A, B e C e uma consulta AB:

Temos os seguintes vetores representando os componentes do sistema:

$\overline{d}_1$ = (0.1845, 0.3010, 0)

$\overline{d}_2$ = (0.1625, 0, 0.6021)

$\overline{d}_3$ = (0.1625, 0, 0)

$\overline{d}_4$ = (0, 0.3916, 0)

$\overline{d}_q$ = (0.1249, 0.3010, 0)

Calculamos a similaridade entre cada documento e a consulta segundo a expressão:

$$sim\left(d_j, q\right) = \frac{\sum_{i=1}^{T} w_{ij} \times w_{iq}}{\left(\sqrt{\sum_{i=1}^{T} w_{ij}^2}\right) \times \left(\sqrt{\sum_{i=1}^{T} w_{iq}^2}\right)}$$

Exemplo - Modelo Vetorial - TF-IDF

- Considere uma base de 4 documentos com os termos A, B e C e uma consulta AB:

Similaridade entre q e d_1:

$\overline{d}_1$ = (0.1845, 0.3010, 0)

$\overline{d}_q$ = (0.1249, 0.3010, 0)

$$sim\left(d_j,q\right)=\frac{\sum_{i=1}^{T} w_{ij}\times w_{iq}}{\left(\sqrt{\sum_{i=1}^{T} w_{ij}^2}\right)\times\left(\sqrt{\sum_{i=1}^{T} w_{iq}^2}\right)}$$

$$sim\left(d_1,q\right)=\frac{0.1845\times0.1249+0.3010\times0.3010+0\times0}{\left(\sqrt{0.0340+0.0906+0}\right)\times\left(\sqrt{0.0156+0.0906+0}\right)}$$

$$sim\left(d_1,q\right)=\frac{0.0230+0.0906}{\left(\sqrt{0.1246}\right)\times\left(\sqrt{0.1062}\right)}=\frac{0.1136}{0.3530\times0.3259}=\frac{0.1136}{0.1150}=0.9878$$

$$sim\left(d_1,q\right)=0.9878$$

Exemplo - Modelo Vetorial - TF-IDF

- Considere uma base de 4 documentos com os termos A, B e C e uma consulta AB:

Similaridade entre q e d_2:

$\overline{d}_2$ = (0.1625, 0, 0.6021)

$\overline{d}_q$ = (0.1249, 0.3010, 0)

$$sim(d_j, q) = \frac{\sum_{i=1}^{T} w_{ij} \times w_{iq}}{\left(\sqrt{\sum_{i=1}^{T} w_{ij}^2}\right) \times \left(\sqrt{\sum_{i=1}^{T} w_{iq}^2}\right)}$$

$$sim(d_2, q) = \frac{0.1625 \times 0.1249 + 0 \times 0.3010 + 0.6021 \times 0}{\left(\sqrt{0.0264 + 0 + 0.3625}\right) \times \left(\sqrt{0.0156 + 0.0906 + 0}\right)}$$

$$sim(d_2, q) = \frac{0.0203 + 0 + 0}{\left(\sqrt{0.3889}\right) \times \left(\sqrt{0.1062}\right)} = \frac{0.0203}{0.6236 \times 0.3259} = \frac{0.0203}{0.2032} = 0.0999$$

$$sim(d_2, q) = 0.0999$$

Exemplo - Modelo Vetorial - TF-IDF

- Considere uma base de 4 documentos com os termos A, B e C e uma consulta AB:

Similaridade entre q e d_3:

$\overline{d}_3$ = (0.1625, 0, 0)

$\overline{d}_q$ = (0.1249, 0.3010, 0)

$$sim(d_j, q) = \frac{\sum_{i=1}^{T} w_{ij} \times w_{iq}}{\left(\sqrt{\sum_{i=1}^{T} w_{ij}^2}\right) \times \left(\sqrt{\sum_{i=1}^{T} w_{iq}^2}\right)}$$

$$sim(d_3, q) = \frac{0.1625 \times 0.1249 + 0 \times 0.3010 + 0 \times 0}{\left(\sqrt{0.0264 + 0 + 0}\right) \times \left(\sqrt{0.0156 + 0.0906 + 0}\right)}$$

$$sim(d_3, q) = \frac{0.0203 + 0 + 0}{\left(\sqrt{0.0264}\right) \times \left(\sqrt{0.1062}\right)} = \frac{0.0203}{0.1625 \times 0.3259} = \frac{0.0203}{0.0530} = 0.3830$$

$$sim(d_3, q) = 0.3830$$

Exemplo - Modelo Vetorial - TF-IDF

- Considere uma base de 4 documentos com os termos A, B e C e uma consulta AB:

Similaridade entre q e d_4:

$\overline{d}_4 = (0,\ 0.3916,\ 0)$

$\overline{d}_q = (0.1249,\ 0.3010,\ 0)$

$$sim\ (d_j, q) = \frac{\sum_{i=1}^{T} w_{ij} \times w_{iq}}{\left(\sqrt{\sum_{i=1}^{T} w_{ij}^2}\right) \times \left(\sqrt{\sum_{i=1}^{T} w_{iq}^2}\right)}$$

$$sim\ (d_4, q) = \frac{0 \times 0.1249 + 0.3916 \times 0.3010 + 0 \times 0}{\left(\sqrt{0 + 0.1534 + 0}\right) \times \left(\sqrt{0.0156 + 0.0906 + 0}\right)}$$

$$sim\ (d_4, q) = \frac{0 + 0.1179 + 0}{\left(\sqrt{0.1534}\right) \times \left(\sqrt{0.1062}\right)} = \frac{0.1179}{0.3917 \times 0.3259} = \frac{0.1179}{0.1277} = 0.9233$$

$$sim\ (d_4, q) = 0.9233$$

Exemplo - Modelo Vetorial - TF-IDF

- Considere uma base de 4 documentos com os termos A, B e C e uma consulta AB:

Documento	Conteúdo
1	A A A B
2	A A C
3	A A
4	B B

Assim, temos:

$$sim\ (d_1, q) = 0.9878$$
$$sim\ (d_2, q) = 0.0999$$
$$sim\ (d_3, q) = 0.3830$$
$$sim\ (d_4, q) = 0.9233$$

Portanto, o ranqueamento final fica:

d_1, d_4, d_3 e d_2.

Assumindo um patamar mínimo de similaridade de 0.1, o documento d_2 seria considerado como não relevante e não entraria no resultado.

Exemplo - Modelo Vetorial - TF-IDF

- Considere uma base de 4 documentos com os termos A, B e C e uma consulta AB:

Documento	Conteúdo
1	A A A B
2	A A C
3	A A
4	B B

Assim, temos:

$$sim\ (d_1, q) = 0.9878$$
$$sim\ (d_2, q) = 0.0999$$
$$sim\ (d_3, q) = 0.3830$$
$$sim\ (d_4, q) = 0.9233$$

Portanto, o ranqueamento final fica:

d_1, d_4, d_3 e d_2.

Assumindo um patamar mínimo de similaridade de 0.1, o documento d_2 seria considerado como não relevante e não entraria no resultado.

Por que a similaridade de d_4 é superior a de d_3, se ambos só tem um dos termos da consulta aparecendo duas vezes?

Exemplo - Modelo Vetorial - TF-IDF

- Considere uma base de 4 documentos com os termos A, B e C e uma consulta AB:

Documento	Conteúdo
1	A A A B
2	A A C
3	A A
4	B B

Assim, temos:

$$sim\ (d_1, q) = 0.9878$$
$$sim\ (d_2, q) = 0.0999$$
$$sim\ (d_3, q) = 0.3830$$
$$sim\ (d_4, q) = 0.9233$$

Portanto, o ranqueamento final fica:

d_1, d_4, d_3 e d_2.

Assumindo um patamar mínimo de similaridade de 0.1, o documento d_2 seria considerado como não relevante e não entraria no resultado.

Por que d_3 é considerado relevante e d_2 não?

Exemplo - Modelo Vetorial - TF-IDF

- Considere uma base de 4 documentos com os termos A, B e C:

Documento	Conteúdo
1	A A A B
2	A A C
3	A A
4	B B

Para uma consulta q = AC, teríamos:

$$sim\ (d_1, q) = 0.1061$$
$$sim\ (d_2, q) = 0.9983$$
$$sim\ (d_3, q) = 0.2031$$
$$sim\ (d_4, q) = 0$$

Vantagens do Modelo Vetorial

- Simples, rápido e de “fácil” implementação;
- Uso de ponderação melhora a qualidade da recuperação;
- Permite casamento parcial entre documentos e consultas;
- Possui ranqueamento;
- A normalização pelo tamanho do documento está naturalmente embutida na fórmula do cosseno.

Desvantagens do Modelo Vetorial

- Termos de indexação são plotados como eixos:
  - São realmente independentes?
  - São realmente ortogonais?
- Como encontrar documentos que não contém um certo termo?